

Von dieser Zeitschrift erscheinen jährlich 24 Nummern in 30 bis 36 Bogen und 24–30 Blättern Zeichnungen. — **Bestellungen** nehmen alle Buchhandlungen des In- und Auslandes an. Der halbe Jahrgang kostet 3 fl. G. M., der ganze Jahrgang 6 fl., mit Postverendung 6 fl. 36 fr. G. M.

Zeitschrift

des

österreichischen Ingenieur-Vereines.

VII. Jahrgang.

Ankündigungen, welche dem Zwecke der Zeitschrift entsprechen, werden aufgenommen und vorzuziehen. **Einsendungsgebühr** für die gedruckte Zeitschrift für einmal 4 fr., für zweimal 6 fr., für dreimal 8 fr. G. M.
Adresse:
Fuchslauten Nr. 562.

N^o. 17. u. 18.

Wien, im September.

1855.

Inhalt: Bemerkungen zu dem Artikel „Construction der Kettenbrücken für Eisenbahnen mit Feststellung der Kettenform durch Spannstrangen.“ von Friedr. Schnitz. — Technische Bemerkungen über Münzwesen; von Karl Rarmarisch (Fortsetzung). — Lehrbuch der Geometrie; von Dr. Ed. Heis und Thom. Jos. Eschweiler; besprochen von J. Kiedl v. Reunert. — Nothgebrungene Abwehr; von Prof. F. E. Meißner. — Als Anhang: Betrachtungen über die quantitativen Verhältnisse zwischen den verschiedenen Prozenten Gehalten und den ihnen zukommenden Dichten bei Zuderlösungen auf Grundlage der Versuche Prof. Walling's mit Hinblick auf das durch Hrn. A. Briz aufgestellte Gesetz für diese; von Ed. Schmidl. — Uebersicht der in Oesterreich verliehenen k. k. Privilegien.

Anmerkung. Das zugehörige Zeichnungsblatt 16 liegt bei.

Bemerkungen zu dem Artikel: „Construction der Kettenbrücken für Eisenbahnen mit Feststellung der Kettenform durch Spannstrangen.“

In Nr. 9 und 10 dieser Zeitschrift, lauf. Jahrg., versuchte Herr Inspector Kienner eine Lösung dieser Aufgabe, suchte durch theoretische Berechnungen und Entwicklungen die Stützhaltigkeit der gegebenen Kettenformfigurierung durch radiale Spannstrangen zu beweisen, und führte endlich als praktisches Beispiel seiner Erörterungen ein Project mit Anwendung der empfohlenen Construction für den Murebergübergang von einer lichten Spannweite zu 60 Klafter durch, begleitet mit dem Ausweise über den hierzu erforderlichen Material-Bedarf.

So verdienstlich und folgerichtig es ist, dem Kettenbrückensysteme bezüglich seiner Anwendbarkeit für den Eisenbahnbetrieb, der mit demselben zu erzielenden großen Vortheile wegen, die größte Aufmerksamkeit zu schenken — durch ähnliche Untersuchungen, wie die des Herrn Kienner, die seit nahe zwei Decennien vorherrschende und vorgefasste Meinung gegen die Anwendbarkeit der Kettenbrücken für Eisenbahnzwecke zu verschärfen, und zur Vervollkommenung dieses Brückensystemes beizutragen, besonders gegenwärtig, wo die praktischen Amerikaner demselben im großartigsten Maßstabe durch eine 150 Klafter weite Ueberspannung des Niagaraflusses mittels Drahtseilen Bahn gebrochen haben; so glaubt der Gefertigte den Ansichten des Herrn Kienner dennoch nicht beipflichten zu können; weil hierin ungeachtet der theoretisch richtig sein mögenden Entwicklungen unabwendbare Einflüsse außer Berücksichtigung gelassen sind, die völlig geeignet sind, die Wirkung der theoretischen empfohlenen Hilfsmittel wieder aufzuheben, wie die folgende Darstellung und Untersuchung hinlänglich darthun wird.

Aus dem, jenem Aufsatze beigegebenen Plane und den Berechnungen ist nämlich zu ersehen:

a. Daß man wegen des bisherigen Bedenkens gegen die Beweglichkeit einer gespannten Kette und namentlich zur Verhinderung des theilweise erfolgenden Einsinkens der Brückenbahn in Folge der eintretenden Belastung durch den Eisenbahnzug, die Kette mit radialen Spannstrangen von unten aufwärts zu verspannen beabsichtigt.

b. Daß der Kette 5 auf 60°, also $\frac{1}{12}$ ihrer Spannweite zum Krümmungspfeile gegeben wurde, was einem Aufhängewinkel von 18° 30' entspricht.

Uebrigens ist dieses empfohlene System jenes von James P. A. C. in dem Railway Magazin and Annals of Science Jahrgang

1838 in Vorschlag gebrachte, welches der Gefertigte in seinem Aufsatze über die Anwendbarkeit der Kettenbrücken für Eisenbahnen im Archiv für Eisenbahnen, Jahrgang 1843 näher besprochen, und die Mängel dieser selbst theoretisch nur bei Vernachlässigung der Veränderlichkeit der Materialien ganz richtig erscheinenden, aber praktisch schwer auszuführenden Abhilfe näher auseinander gesetzt hat, weshalb er sich der Kürze wegen auf das dort Gesagte berufen muß.

Ueberdies aber muß noch auf zwei Unzukömmlichkeiten dieser projectirten Art von Abhilfen aufmerksam gemacht werden:

1. Die Anordnung von Spannstrangen setzt voraus, daß man die Tragkette bis zur Unbeweglichkeit zu verspannen beabsichtigt. Eine Kette wird, wie es einleuchtend ist, desto unbeweglicher, je straffer sie gespannt wird, und erfordert um so wirksamere Hilfsmittel, je weniger straff sie gespannt ist.

Es liegt daher wenig Consequenz darin, wenn Herr Projectant der Kette eine sehr bewegliche Form gibt, um mehr und kräftigere Abhilfen gegen diese Beweglichkeit in Anwendung bringen zu müssen und dadurch die von dem Gefertigten, im angezogenen Aufsatze ausgesprochenen Ansichten, „daß der Kette die möglichst zu erreichende Unbeweglichkeit und Starrheit durch straffe Anspannung gegeben werden müsse, weil dieses das Haupt- und Radicallmittel ist, eine Kettenbrücke für Lokomotiv-Trains geeignet zu machen, und alle sonstigen Mittel nur secundäre und unausgiebige Abhilfe darbieten,“ zu widerlegen sucht.

2. Angenommen und zugegeben, daß die theoretische Entwicklung der nöthigen Kraftäußerung für die einzelnen Spannstrangen ganz richtig ist, und daß auch die Folgen der Temperatur und daraus hervorgehenden Längenveränderungen zwischen gleichartigen und gleich oder ähnlich liegenden Körpern unbeirrt und ohne böse Folgen vor sich gehen können, so ist dies zwischen Kette und Blechträgern, an welchen die Spannstrangen ihre Befestigung finden, dennoch nur zu einem kleinen Theile der Fall; weil beide nicht gleiche Längen haben. Es behält somit der Einfluß der Veränderlichkeit auf die Veränderungen der Längen hier größtentheils um so mehr seine Geltung, als nach dem Rathe des Projectlegers die stärker gekrümmte, daher auch längere Kette, bei Erhöhung der Temperatur oder Belastung, eine größere und anders geartete Ausdehnung erleidet, als der geradlinige kürzere Blechträger und zwar mindestens in dem Verhältnisse der Länge des Bogens zu jenem der Sehne, daher durch die Verlängerung und Senkung der Ketten, so wie jener der Träger und Tragstrangen die

beiden äußersten End- und zugleich Befestigungspunkte der radial diagonalen Spannstrangen näher an einander rücken müssen, also an und für sich nicht gespannt bleiben, und um so weniger gespannt bleiben können, als sie selbst auch durch die Temperaturänderungen ihre ursprünglichen Längen verändern, also unserer beispielsweise Voraussetzung zu Folge vergrößern, wodurch sie in einem ihrer Lage zukommenden Maße nachlassen, ja sogar sich lose abwärts einsenken oder biegen, folglich unwirksam werden müssen.

Aber abgesehen von dem allerdings nicht sehr erheblichen Einflusse des Temperaturwechsels, ist die andere bedeutendere Wirkung nicht zu übersehen, welche ohne Einfluß auf den Blechträger die alleinige Verlängerung der Tragkette hervorbringt, nämlich die durch die Belastung eintretende Verlängerung oder Ausdehnung der Kette in den Grenzen des Elasticitätsmaßes.

Um die Größe der Ausdehnung der Kette durch beide oben erwähnte Einflüsse kennen zu lernen, muß für die gegebene Spannweite und Hängetiefe der Kette die genaue Länge derselben gesucht werden, welche, wenn die halbe Spannweite

$$h = \frac{60}{2} = 30''$$

und die Pfeilhöhe $f = 5''$

bedeutet, die bekannte Formel

$$\begin{aligned} l &= h \left(1 + \frac{1}{6} \left(\frac{2f}{h} \right)^2 - \frac{1}{40} \left(\frac{2f}{h} \right)^4 + \dots \right) \\ &= 30 \left(1 + \frac{1}{6} \left(\frac{10}{30} \right)^2 - \frac{1}{40} \left(\frac{10}{30} \right)^4 + \dots \right) \\ &= 30,54669, \text{ also die ganze Kettenlänge} \\ &= 61,039 \text{ gibt.} \end{aligned}$$

Mit Beibehalt der zwar unzulänglichen Annahmen des Projectes für die zufällige Last $P = 6000$ Ctr.

und für die Constructionslast $p = 6000$ Ctr.

Zusammen $\Pi = 12000$ Ctr.

entfällt aus dem alleinigen Constructionsgewichte mit 6000 Centner auf $60''$ Länge die Belastung der Brücke für die Currentlasten

$$P_1 = \frac{6000}{60} = 100 \text{ Ctr.}$$

und aus dem Gesamtgewichte mit 12000 Ctr.

$$\Pi_1 = \frac{12000}{60} = 200 \text{ Ctr.}$$

und es wird für den ersten Fall die Spannung der Kette im Scheitelpunkte

$$Q = \frac{P_1 h^2}{2f} = \frac{100 \cdot 30^2}{2 \cdot 5} = 9000 \text{ Ctr.,}$$

im Aufhängpunkte

$$T = \frac{Q}{\cos \alpha} = \frac{9000}{0,9483} = 9548 \text{ Ctr.}$$

und aus diesen ergibt sich die mittlere Spannung

$$P_m = 9274 \text{ Ctr.}$$

In dem zweiten Falle bei voller Belastung wird die Spannung im Scheitelpunkte

$$Q' = \frac{\Pi_1 h^2}{2f} = \frac{200 \cdot 30^2}{2 \cdot 5} = 18000 \text{ Ctr.,}$$

im Aufhängpunkte

$$T' = \frac{Q'}{\cos 18,30} = \frac{18000}{0,9483} = 19096 \text{ Ctr.}$$

und die mittlere Spannung

$$P'_m = 18548 \text{ Ctr.}$$

Der Querschnitt der Kette für die größte Spannung wird

$$F = \frac{19096}{200} = 95 \square \text{ Zoll.}$$

Wird die Ausdehnung der Tragkette durch die genannten Einflüsse einzeln und zwar:

a. durch die Constructionslast,

b. durch die volle zufällige Belastung, und

c. durch gleichzeitig eintretende Temperaturerhöhung, z. B. um 20 Grade Réaumur,

berechnet, so gibt die Summe obiger einzelnen Ausdehnungsgrößen die ganze Ausdehnung, woraus weiters die Größe der Einsenkung der Kette in ihrem Scheitelpunkte gefunden, und in Folge dieser auf die Unwirksamkeit der beantragten Spannstrangen geschlossen werden kann.

ad a.

Die durch das Constructionsge wicht bewirkte Verlängerung der Kette in Folge der Ausdehnung derselben, ergibt sich für die obige Länge $l' = 21 = 2.30,546 = 61,093$ Klafter nach der Formel:

$$\lambda = \frac{P_m l'}{EF},$$

wo $P_m = 927400$ Pfunde, E das Elasticitätsmaß für Eisen mit 21 000 000 Pfd. für den Quadr.-Zoll, F den Querschnitt der Kette mit 95 \square Zoll bedeutet.

Diese Werthe geben:

$$\lambda = \frac{927400 \cdot 61,093}{21000000 \cdot 95} = 0,02832 \text{ Klafter}$$

oder 2,04 Zolle

als Ausdehnung, was $\frac{1}{35}$ der Kettenlänge beträgt.

ad b.

Die durch volle Belastung der Brücke erfolgende Verlängerung in Folge ihrer Ausdehnbarkeit findet man unter Beibehaltung der obigen constanten Werthe mit Ausnahme von P_m , wofür zu setzen ist $P'_m = 1854800$ Pfd. Diese Werthe geben:

$$\lambda_1 = \frac{1854800 \cdot 61,093}{21000000 \cdot 95} = 0,05665 \text{ Klafter}$$

oder 4,08 Zolle,

was $\frac{1}{175}$ der Kettenlänge beträgt.

ad c.

Die durch volle Belastung auf $61,093 + 0,05665 = 61,1496$ ausge dehnte Kette wird bei gleichzeitig eingetretener Temperaturerhöhung um 20° Réaumur, da das Eisen bei jedem Temperaturwechsel von 1° Réaumur seine Länge um $\frac{1}{63000}$ derselben ändert, eine weitere Ausdehnung von

$$\frac{20 \times 61,1496}{63000} = 0,0194^\circ = 0,397 \text{ Zoll}$$

erleiden.

Die Summe der beiden letzteren Ausdehnungen sub b und c

$$0,05665 + 0,0149 = 0,07605 \text{ Klafter}$$

zeigt die ganze Verlängerung der Kette, und ihre Länge beträgt

$$61,093 + 0,07605 = 61,16905 \text{ Klafter.}$$

Für diese Länge ergibt sich der Krümmungspfeil aus der Formel:

$$f' = h \sqrt{\frac{3}{2} \left[\left(\frac{1-h}{h} \right) + \frac{9}{10} \left(\frac{1-h}{h} \right)^2 - \frac{54}{175} \left(\frac{1-h}{h} \right)^4 + \dots \right]}$$

$$\text{also für } h = 30 \text{ und } l = \frac{61,16905}{2} = 30,58452,$$

$$f' = 30 \times 0,1724 = 5,172 \text{ Klafter wird.}$$

Die Kette ist aber, wie oben entwickelt wurde, schon durch das Constructionsgewicht um $0,02832^\circ$ ausgedehnt, welchem somit die Länge $l'' = \frac{61093 + 0,02832}{2} = 30,55916$, und dieser der Krümmungspfeil

$$f'' = h \sqrt{\frac{3}{2} \left[\left(\frac{l'' - h}{h} \right) + \frac{9}{10} \left(\frac{l'' - h}{h} \right)^2 - \frac{54}{175} \left(\frac{l'' - h}{h} \right)^4 + \dots \right]}$$

oder $f'' = 30 \times 0,1686 = 5,058$ Klafter zukommt. Demnach wird der zufälligen Belastung und der Temperaturerhöhung eine Einsenkung der Kette im Scheitelpunkte von

$$f' - f'' = 5,172 - 5,058 = 0,114^\circ = 8,208 \text{ Zoll}$$

entsprechen.

Diese Ziffer zeigt klar, daß die sämtlichen Spannstrangen unwirksam werden müssen, und die nunmehr sich selbst überlassene von der Einwirkung der Spannstrangen befreite und einfach nur durch die Last gespannte Kette (trotz der Spannstrangen) leicht beweglich bleiben wird; und daß durch dieses Mittel die größere Starrheit und Unbeweglichkeit einer straffer gespannten Kette, welche allerdings größere Baukosten verursacht, nicht erreicht werden kann.

Wenngleich obige Wirkungen der Ausdehnung auch bei einer straffer gespannten, also kürzeren Kette eine gleiche Einsenkung des Scheitelpunktes herbeiführen, so ist nicht die Einsenkung einer 60 Kft. langen Brückenbahn um 8 Zolle der Hauptanstand; weil eine hierdurch sich bildende Steigung von $\frac{1}{270}$ für das Locomotiv kein Hinderniß ist; sondern die Beweglichkeit einer unter $18^\circ 30'$ aufgehängten schlappen Kette ist das Haupthinderniß, welches der Benützung der in bisheriger Art ausgeführten Kettenbrücken für Eisenbahn-Trains bisher im Wege steht, und durch den vorliegenden Vorschlag, wie aus obigen Entwicklungen zu ersehen ist, nicht beseitigt wird.

Aus dieser Darstellung geht zugleich hervor, daß die in früheren Aufsätzen über diese Frage aufgestellte Behauptung des Gefertigten noch aufrecht steht, nämlich daß die Unbeweglichkeit (Starrheit) der Kettenbrücken, wie man sie für die Eisenbahnzüge benöthigt, nur durch straffere Spannung der Ketten, oder durch die Wahl des möglichst kleinen Aufhängewinkels (9 bis höchstens 12 Grad) zu erzielen ist, welche Herr R i e n e r zu widerlegen bemüht war; ferner, daß alle übrigen Abhilfen nur eine sehr untergeordnete Wirksamkeit hervorbringen können, folglich auch die, aus einem ähnlichen Projecte des Gefertigten entnommene, von Herrn R i e n e r benützte Versteifung der Brückenbahn mit Blechwänden bei seinem Projecte eben so ganz ungenügend erscheint, und durch die Beweglichkeit seiner tiefgefenkten und daher schlappen Kette letztere bald zu Schaden kommen müßten.

Schließlich muß Gefertigter auch hier, wie in den früheren Aufsätzen, die Schattenseite der straff gespannten Ketten zu Eisenbahnbrücken zugeben, daß nämlich zu solchen Brücken, welche den Anforderungen des Eisenbahnbetriebes entsprechen sollen, ein viel größerer Eisenquerschnitt, folglich viel mehr Material und größerer Kostenaufwand erfordert wird, als für die gewöhnlichen Kettenbrücken für das Straßen-Fuhrwerk. Dagegen gestatten sie sehr große Spannweiten, ersparen die kostspieligen Fluß-Pfeiler-Bauten, und trohen allen Elementarfällen, da sie nie von Hochfluthen oder Eisgängen beschädigt werden können; bezüglich des Kostenpunktes in Vergleich gegen gemauerte und gewölbte Brücken mit Flußpfeilern lassen sie dennoch die Hälfte oder $\frac{2}{3}$ der Baukosten ersparen und gewähren somit dennoch wichtige bauökonomische Vortheile.

Eine Ausführung nach Hrn. R i e n e r's Project, welchem zur Erprobung der Anwendbarkeit des Ketten-systemes für Eisenbahnbrücken

die Tendenz einer Kostenersparung zu Grunde zu liegen scheint, wäre, wie nicht überflüssig hier noch bemerkt werden dürfte, um so bedauerlicher, als es den gehegten Erwartungen eben so wenig entsprechen würde, wie es an sich nicht geeignet sich darstellt, dieser Anwendung Eingang verschaffen zu können.

Wien, im September 1855.

Schnirch.

Technische Bemerkungen über Münzwesen.

Von Karl Karmarsch.

(Aus den Mittheilungen des Gewerbe-Vereines für das Königreich Hannover. 1855.)

(Fortsetzung.)

III. Münzenformate.

Das Format der Münzen, d. h. deren Durchmesser und Dicke, ist ein der größten Aufmerksamkeit würdiger Gegenstand und muß sich nach Grundsätzen richten, welche man nicht überall und jederzeit gehörig im Auge behalten hat. Es ist das Format zu betrachten

1) an sich, und zwar a) rücksichtlich der Größe (also des Gewichtes und Werthes) des einzelnen Münzstückes überhaupt, b) rücksichtlich des Verhältnisses zwischen Durchmesser und Dicke;

2) in Vergleichung mit den anderen zum nämlichen Münzsysteme gehörigen Formaten.

1. Die Münzenformate an sich betrachtet.

a) Die Grenzen für die körperliche Größe der Münzstücke sind in der Ausübung zu verschiedenen Zeiten offenbar viel weiter gesteckt worden, als es die Rücksichten auf Zweckmäßigkeit, streng beobachtet, gestatten dürften. Keine Münze soll in dem Grade klein sein, daß sie sich so zu sagen unter den Fingern verliert, und keine so groß, daß sie durch ihr Gewicht beim Gebrauche unbequem wird oder durch ihren beträchtlichen Werth sich dem allgemeinen Verkehr entzieht. Für den kleinsten durch die Erfahrung noch als zweckmäßig, wenigstens als zulässig bewährten Durchmesser einer Münze kann man den von 15 Millimetern annehmen, der sich an den französischen und belgischen 20-Centimen-Stücken, den preussischen halben Silbergroschen und den russischen Fünfkopeken findet. Die hannoverschen Sechser messen 16 Millimeter, erreichen also diese Grenze noch nicht; dagegen sind die silbernen Kreuzer süddeutscher Staaten, mit ihrem Durchmesser von nur 14 Millimetern schon etwas zu klein, wie wohl sich aus alter und neuer Zeit Beispiele von noch kleineren Silbersowohl als Goldmünzen anführen lassen, wie unter Anderen folgende:

Goldene:

Nordamerikanische Dollars (von und nach 1849)	13	Mill.
„ halbe Dollars	11.2	„
„ viertel Dollars	9.6	„

Silberne:

Mecklenburgische Sechslinge (1829)	12.4	„
„ Dreilinge (1830)	12	„
Hamburger Dreilinge (1839)	11.8	„
„ „ (1851)	12.2	„
Niederländische 5-Cents (1850)	13	„
Englische Penny (1817)	11.7	„
„ „ (später)	11.2	„
Kürnberger Pfennige (1772)	10	„

Am verwerflichsten werden solche außerordentlich kleine Formate, wenn die Münze zugleich sehr dünn ist, wie dieß von den meisten der eben angeführten gilt; denn eine so beschaffene Münze läßt sich gar

nicht mehr ohne Mühe von einem Tische u. mit den Fingern aufnehmen, klebt auch wohl durch den Schmutz unbemerkt an größeren Geldstücken fest. In Ansehung des Gewichtes läßt sich das zulässige Minimum für Silberstücke etwa dahin bestimmen, daß nicht mehr als 200 Stück (oder sehr wenig darüber) zusammen eine Mark wiegen, also das einzelne Stück noch nahe dem dritten Theile eines Quentchens gleich wird. Dieß ist ungefähr der Fall mit den hannoverschen Sechfern (168 auf die raue Mark), den neuen Dreikreuzerstücken der süddeutschen Staaten (180), den preussischen halben Silbergrotschen (213 $\frac{1}{3}$) und sächsischen halben Neugroschen (220), den russischen Fünfskopeken (226), den französischen 20 Centimen (234). Zahlreiche und zum Theil sehr beträchtliche Ueberschreitungen der eben bezeichneten Grenze braucht man aber doch nicht weit zu suchen; man findet Beispiele davon an den älteren und an den jetzigen bairischen Kreuzern (erstere zu 304, letztere zu 280 auf die raue Mark), an den hannoverschen Vierpfennigstücken (252), den nordamerikanischen Dreiecentstücken (292), den Hamburger Sechslingen (304) und Dreilingen (456), den Bremer Groten seit 1840 (304), den niederländischen Fünfcentsstücken seit 1847 (342), den englischen silbernen Einpennystücken (496), den ehemaligen bairischen Pfennigen (733). Ins Abenteuerliche ging dieß bei den kleinsten Silbermünzen der Türkei vor den dortigen neuen Reformen, indem Paras aus dem Jahre 1829 untersucht worden sind, von welchen zu einer kölnischen Mark 1510 Stück erforderlich waren, und deren innerer Werth wenig über ein Viertel des preussischen Pfennigs betrug, da sie aus Silber von nur $1\frac{1}{3}$ Loth Feingehalt bestanden.

Selbst beim Golde ist man zuweilen im Ausmünzen kleiner Stücke zu weit gegangen, ungeachtet doch hier viel weniger als beim Silber eine gegründete Veranlassung vorliegt, da Gold zu sehr kleinen Zahlungen völlig entbehrlich ist. Deshalb sowohl als wegen des großen spezifischen Gewichtes des Metalles darf man behaupten, daß es jedenfalls höchst unzuweckmäßig sei, Goldmünzen von geringerem Kaliber als 70 Stück auf die raue Mark auszuprägen; ja man thäte gewiß besser, nicht ein Mal so weit zu gehen, da die kleinen Stücke durch ihre nothwendig geringe Dicke dem Beschneiden und verhältnißmäßig starker Abnutzung ausgesetzt sind. Von den Dukaten (67 Stück auf die raue Mark, Durchmesser 20 Millimeter) ist diese Unvollkommenheit bekannt genug; die niederländischen halben Wilhelmd'or, süddeutschen Fünfguldenstücke und hannoverschen halben Pistolen (alle diese Sorten 69 bis 70 $\frac{1}{3}$ auf die raue Mark und 17 $\frac{1}{2}$ bis 19 Millimeter groß) haben nicht sehr viel vor ihnen voraus. Da in Gold keine große Mannigfaltigkeit der Münzen erforderlich ist, wie in Silber, so würde man am besten thun, möglichst nahe bei dem Maße und Gewichte zweier Sorten stehen zu bleiben, welche durch ansprechendes Format und bequemen Gebrauch sich allgemein bewährt haben, und als deren Repräsentanten in Deutschland die einfachen und doppelten Pistolen, in Frankreich und einigen italienischen Staaten die 20- und 40-Frankenstücke, in Rußland die 5- und 10-Rubelstücke vorhanden sind. Man hätte demnach für die

	Stück auf die Mark	Durchmesser
kleinere Sorte . . .	35 bis 36 . . .	21 bis 22 Mill.
größere " . . .	17 $\frac{1}{2}$ " 18 . . .	26 " 28 "

Von außerordentlich und unzuweckmäßig kleinen Goldmünzen theils der vergangenen, theils der gegenwärtigen Zeit mögen einige Beispiele hier stehen:

	Stück auf 1 raue Mark
Alte portugiesische und spanische Escudillos . . .	133 $\frac{1}{2}$
Französische Fünffranken . . .	145

Nordamerikanische Dollar . . .	140
" Halb-Dollar . . .	280
" Viertel-Dollar . . .	560
Alte portugiesische Krusaden . . .	217
" hannoversche Viertel-Goldgulden . . .	288
" österreichische Sechstel-Dukaten . . .	402
" " Zwölftel " . . .	804
Verschiedene türkische Goldmünzen . . .	100 bis 581

Man kann nicht anstehen, diese Goldmünzen, von denen keine den preussischen Silbergrotschen an Gewicht erreicht und die leichtesten nur etwa ein Achtel desselben wiegen, als verfehlte Leistungen zu bezeichnen.

Während so auf der einen Seite durch Ausmünzung zu kleiner Stücke in Gold wie in Silber gefehlt worden ist und noch gefehlt wird, kann man andererseits nicht eben sagen, daß wenigstens zugleich der entgegengesetzte Fehler weise vermieden worden sei. Ja man hatte hier sogar noch größern Spielraum, sofern das Kupfer mit in die Reihe trat. Es ist klar, daß dieses unedle Metall eben so wenig zu Ausmünzung sehr großer Stücke sich eignet als das Gold, nur aus verschiedenem Grunde, indem das Kupfergeld in seiner Eigenschaft als Scheidemünze bei bedeutenderem Gewichte äußerst lästig wird, die übergroßen Goldstücke aber wegen ihres hohen Werthes bei der Mehrheit der Zahlungen keine bequeme Anwendung finden können. Die schwerste kupferne Scheidemünze ist ohne Zweifel ehemals (vor und unter Katharina II.) in Rußland geschlagen worden, und man trifft noch jetzt hin und wieder Fünfskopekenstücke aus jener Zeit an, welche bei einem Durchmesser von 43 Millimetern (ein wenig größer als jener unserer Doppelthaler) ein Gewicht von $4\frac{1}{4}$ Loth kölnisch haben, während ein solches kolossales Exemplar einen Werth von nicht mehr als etwa $1\frac{1}{2}$ Silbergrotschen repräsentirt. England prägte im Jahre 1797 kupferne Zweipencestücke von $3\frac{5}{16}$ Loth Gewicht und 41 Millimeter Durchmesser; Portugal bis 1847 Stücke zu 40 Reis, $34\frac{1}{2}$ Mill. groß und 2 bis gegen $2\frac{1}{4}$ Loth schwer. Berüchtigt sind die alten 30- und 15-Kreuzerstücke, welche in Oesterreich in der Periode der entwertheten Bankzettel (1807 — 1811) geprägt wurden, dort noch lange nachher mit herabgesetztem Werthe umliefen, und zwar nicht so außerordentlich durch ihr Gewicht, desto mehr aber durch ihren — mit der geringen Dicke in keinem Verhältnisse stehenden — großen Durchmesser ($37\frac{1}{2}$ und 35 Mill.) jedem Fremden so lästig fielen. Die alleräußerste Grenze für die Größe der Kupferscheidemünze möchte mit einem Durchmesser von etwa 30 Millimetern (nicht ganz $1\frac{1}{4}$ Zoll) und einem solchen Gewichte, daß 18 bis 20 Stück auf eine Mark geben, (also $\frac{3}{8}$ bis $\frac{1}{2}$ Loth) festzusetzen sein. Unter den jetzt kursirenden Kupferstücken sind in der That wenige, welche dieses Maß überschreiten; als solche können namentlich angeführt werden der englische Kupferpenny ($12\frac{1}{3}$ auf die Mark, 34 Mill. groß) und das belgische 10-Centimenstück ($11\frac{2}{3}$ auf die Mark, 33 Mill.); das neueste portugiesische 20 Reisstück ($9\frac{1}{8}$ a. d. M., 37 Mill.); das schwedische 4-Schillingstück seit 1849 ($9\frac{1}{4}$ a. d. M., 37 Mill.); das päpstliche 5-Baiocstück ($5\frac{3}{4}$ a. d. M., $40\frac{1}{2}$ M.).

Von übermäßig großen Goldstücken hat die jetzige wie die ältere Zeit manche Beispiele aufzuweisen. Die größten Geldmünzen aus Gold sind wohl die seit 1851 in Kalifornien geprägten achteckigen Stücke zu 50 Dollars, von welchen $2\frac{3}{4}$ eine raue Mark (0.887 haltend) ausmachen, so daß ein solches Stück $5\frac{1}{2}$ Loth wiegt und fast $12\frac{1}{2}$ Friedrich'd'or werth ist. Diesen schließen sich an: die alten achtfachen Pistolen des Herzogthums Parma und die ostindischen (seit 1824 zu Bombay geschlagenen) 5-Rohurstücke, von welchen beiden

sehr nahe 4 auf die raue Mark gehen, also das einzelne Stück 4 Loth wiegt und ungefähr den Werth von 9 Friedrich'or hat; die piemontesischen Karolinen oder fünffachen Doppien von und nach 1786 (ein wenig über 3 Loth, fast 7 Frd'or); die englischen fünffachen Sovereigns beinahe $2\frac{3}{4}$ Loth, etwas mehr als 6 Frd'or); die neapolitanischen 10-Ducettstücke (über $2\frac{1}{2}$ Loth, $6\frac{1}{4}$ Frd'or); die nordamerikanischen 20-Dollarstücke (reichlich $2\frac{1}{4}$ Loth, 5 Frd'or); die französischen 100-Franken und sardinischen 100-Lire (fast $2\frac{1}{4}$ Loth, $4\frac{1}{2}$ Frd'or); endlich die portugiesischen Dobras, alten genuesischen 100-Lire, Berner achtfachen Dukaten und spanischen vierfachen Pistolen: lauter Sorten, von welchen zwischen 8 und 9 Stück auf eine Mark gehen, so daß das einzelne Stück gegen 2 Loth wiegt und 4 bis $4\frac{1}{2}$ Friedrich'or werth ist.

Am natürlichsten und den Bedürfnissen des Verkehrs angemessensten ist die Prägung großer Münzen aus Silber; doch muß auch hier bedacht werden, daß Stücke von gar zu beträchtlichem Umfange und Gewichte unbequem sind und, wie die Erfahrung lehrt, des allgemeinen Beifalls entbehren. Das deutsche Zweithaler- oder Viert-halbguldenstück (Gewicht ein wenig über $2\frac{1}{2}$ Loth, Durchmesser 41 Millimeter) steht schon auf der äußersten Grenze und muß sich oft genug den Vorwurf gefallen lassen, daß es unbequem sei: es ist unter den jetzt in regelmäßigem Umlaufe befindlichen Silbergeldsorten die schwerste; denn die Genfer 10-Frankenstücke von 1848 — 1851, welche fast $3\frac{1}{2}$ Loth wiegen und 48 Millimeter groß sind, hatten mehr den Zweck als Schaumünzen zu dienen. Für bequemen Verkehr scheint eine Größe der Silbermünzen von 38 Millimeter und das Gewicht von 2 Loth (8 Stück auf die Mark) füglich als das Maximum gelten zu können. Die durch ihr Format am gefälligsten sich darstellenden Sorten halten sich unter dieser Grenze:

	Größe	Stück auf 1 Mark
Deutsche Thaler	34 Mm.	10·5
Süddeutsche Zweiguldenstücke	36	11·025
Russische Rubel	$35\frac{1}{2}$	11·28
Fünffrankenstücke	37	9·354
Österreichische Zweiguldenstücke	38	9
Englische Fünfschillingstücke	38	8·271
Dänische doppelte Reichsthaler	38	9·094
Niederländische $2\frac{1}{2}$ -Guldenstücke	38	9·354
Nordamerikanische Dollars	38	8·749

Schließlich dürfte zu bemerken sein, daß ein besonderer Vorzug des Münzsystems darin liegt, wenn das Gewicht der einzelnen Münzstücke durch einfache und im Verkehr übliche Unterabtheilungen der Landesgewichtseinheit (des Pfundes u.) ausgedrückt wird, damit man nicht allein jeden Augenblick leicht das Gewicht der Münzen prüfen, sondern auch in gelegentlichen Nothfällen sich der Geldsorten als annähernd richtiger Gewichtstücke bedienen kann. Leider ist diese Bequemlichkeit eine ziemlich seltene Erscheinung; Beispiele davon sind folgende: In Frankreich wiegt das 5-Frankenstück 25 Gramm, das 2-Franken- und das 10-Centimenstück 10, der Frank und das 5-Centimenstück 5, der halbe Frank $2\frac{1}{2}$, das 2-Centimenstück 2, das 20-Centimenstück und der Centime 1 Gramm; in Belgien sind die Silbermünzen von demselben Gewichte (das $2\frac{1}{2}$ Frankenstück $12\frac{1}{2}$ Gramm), dagegen die Kupfermünzen doppelt so schwer, nämlich die 10 Centimen 20 Gramm, die 5 Cent. 10, die 2 Cent. 4, der Centime 2 Gramm. Im Königreich der Niederlande wiegt das $2\frac{1}{2}$ -Guldenstück 25, die Gulden 10, der halbe Gulden 5 Gramm. Vom österreichischen Kupfergelde seit 1816 war der Kreuzer zu $\frac{1}{2}$ Wiener Loth, der halbe

Kreuzer zu 1 Quentchen ausgeprägt; in der neuen, leichteren Kupfermünzung von 1851 findet ein so einfaches Verhältniß nicht mehr Statt. In Hannover gehen 6 Pfennig Kupfergeld auf 1 Loth; in Preußen 12 Pfennig auf 5 Quentchen; in England $1\frac{1}{2}$ Pence auf 1 Unze.

b) Das Verhältniß zwischen Durchmesser und Dicke der Münzen verdient in mehr als Einer Rücksicht Aufmerksamkeit. Ist dieses Verhältniß glücklich getroffen, so geht nicht nur eine gefällige und bequeme Gestalt der Stücke, sondern auch eine ansprechende und zweckmäßige Beziehung der Flächengröße zum Gewichte — d. h. also zum innern Werthe — und eine gehörige Harmonie unter den Formaten der zu einem Münzsysteme gehörigen einzelnen Formate hervor.

Theoretisch ist bekannt, daß von dem Verhältnisse zwischen Durchmesser und Dicke die Größe der Oberfläche, von dieser aber die Stärke der Abnutzung — unter übrigens gleichen Umständen — abhängt. Die Stereometrie lehrt, daß ein Cylinder von festgesetztem Kubikinhalte die kleinste mögliche Gesamtoberfläche alsdann besitzt, wenn sein Durchmesser und seine Höhe gleich groß sind; demzufolge müßte man den Münzen, um sie möglichst gegen Abnutzung zu schützen, eine Dicke gleich ihrem Durchmesser geben. Wenngleich nun hieraus eine praktisch völlig unzulässige Form entstünde, man daher von dem mathematischen Sage keinen directen Gebrauch machen kann; so ist man doch durch denselben wenigstens darauf hingewiesen, daß eine zu geringe Dicke zu vermeiden sei, weil schon durch schwache Annäherung an die mathematische Forderung außerordentlich viel zu gewinnen ist. Um dieß durch ein Beispiel zu zeigen, möge darauf aufmerksam gemacht werden, daß zwei Scheiben aus gleichem Metalle, die eine 10 Linien im Durchmesser groß und 1 Linie dick, die andere 20 Linien groß und $\frac{1}{4}$ Linie dick, gleiches Gewicht haben, während doch die letztere eine fast $3\frac{1}{2}$ Mal so große Gesamtoberfläche besitzt, als erstere: gäbe man der größeren Scheibe auch nur 12 Linien zum Durchmesser und demgemäß $25\frac{25}{30}$ einer Linie zur Dicke; so würde ihre Oberfläche schon um ein Drittel größer sein als jene der 10 Linien messenden Scheibe. Deshalb, und weil eine etwas dicke Münze leichter rein, scharf und gehörig hoch auszuprägen ist, auch leichter mit einer guten Randverzierung oder Randchrift versehen werden kann, hat man sich in neuerer Zeit fast überall zu etwas dickeren und entsprechend kleineren Formaten gewendet. So z. B. findet man den preussischen Thaler seit 1816 nur $34\frac{1}{2}$ und 34 Millimeter groß, während er vorher 36 bis 37, noch früher (unter Friedrich II.) gar 38 bis 39 Mill. maß; ähnlich in zahllosen anderen Fällen.

Es läßt sich von vorn herein nicht wohl angeben, welches Verhältniß zwischen der Dicke und dem Durchmesser eines Münzstückes bestehen müsse, damit allen Forderungen der Schönheit und der Zweckmäßigkeit genügt werde; zudem ist die Dicke der Münzen gar nicht scharf zu messen oder vorzuschreiben, da sie wegen des meist über die Flächen aufgeworfenen Randes und wegen der verschiedenen Höhe des Gepräges fast an jedem Punkte eine andere ist. Um einen sichern Anhaltspunkt zu gewinnen, bleibt also nichts übrig, als die empirisch aufgefundenen in der Praxis bestehenden Verhältnisse zwischen Gewicht und Durchmesser der Stücke zu vergleichen, und das den Anforderungen am besten entsprechende als nachahmungswerth zu bezeichnen.

Wenn für Münzstücke von irgend einem Kaliber oder Kubikinhalte ein bestimmtes Verhältniß zwischen Durchmesser und Dicke als das schönste und zweckmäßigste erkannt ist, so muß dieses nämliche Verhältniß auch für alle anderen (größeren und kleineren) Kaliber das angemessenste

sein, wenn nicht etwa überwiegende spezielle Gründe vorliegen, es abzuändern. Der Kubikinhalt von Münzen aus gleichem Metalle kann durch das Gewicht derselben verglichen werden, und somit ist es erlaubt, Letzteres statt des Ersteren zu setzen. Ein leichter und allgemein verständlicher, in der Münzpraxis eingeführter Ausdruck für das Gewicht des einzelnen Stückes ist durch die Anzahl Stücke, welche auf 1 Mark ($\frac{1}{2}$ köln. Pfund) gehen, gegeben. Die Kubikwurze dieser Zahl will ich Kürze halber den Index nennen. Die Durchmesser der Münzstücke sollen, wie im Bisherigen geschehen ist, nach Millimetern angegeben werden. Das Produkt, welches aus der Multiplikation des Index mit dem Durchmesser hervorgeht, heiße die Norm. Nun ist aus Gründen der mathematischen Körperlehre klar, daß für alle Münzstücke von gleichem spezifischen Gewichte, also (was genau dasselbe ist) aus gleichem Metalle, die Norm übereinstimmend sich ergeben muß, wenn bei ihnen das gleiche Verhältniß zwischen Durchmesser und Dicke Statt findet; umgekehrt zeigt eine Abweichung in

der Norm eine Verschiedenheit jenes Verhältnisses an, und zwar derge-
gestalt, daß diejenige Münze, für welche aus der Rechnung eine größere Norm sich darstellt, einen im Verhältniß zur Dicke größeren Durchmesser besitzt, also relativ dünner ist. Hätte man nun auf dem Wege der Anschauung und der Erfahrung im praktischen Gebrauch eine gewisse Münze rücksichtlich ihres Dickenverhältnisses als besonders gefällig und zweckmäßig erkannt, so würde erlaubt sein, die ihr zukommende Norm auch auf alle anderen Münzstücke aus demselben Metalle anzuwenden. Aus der ein Mal festgestellten Norm findet man aber leicht den der Münze zu gebenden Durchmesser; denn dieser ist durch den Quotienten ausgedrückt, welchen man erhält, wenn die Norm durch den Index der Münzsorte dividirt wird. Ich will diese Betrachtung und die darauf gestützte Rechnung zunächst auf die Kupfermünze anwenden, und zu diesem Behufe eine Zusammenstellung darauf bezüglicher Zahlen geben:

Nr.	Benennung der Kupfermünzen.	Durchmesser, Millimeter.	Stück auf eine Mark.	Index.	Norm.	Berechneter Durchmesser für die Norm = 80.
1.	Belgische 10-Centimen	33	11.69	2.269	74.87	35
2.	" 5: "	28	23.38	2.859	80.05	28
3.	" 2: "	22 $\frac{1}{2}$	58.46	3.881	87.32	21
4.	" 1: "	16 $\frac{1}{2}$	116.93	4.889	80.66	16
5.	Englischer Doppelpenny von 1797	41	4.17	1.609	65.97	50
6.	" Penny " "	36	8.34	2.028	73.00	39 $\frac{1}{2}$
7.	" neuerer Penny " "	34	12.37	2.313	78.64	35
8.	" Halbpenny	28	24.74	2.914	81.59	27 $\frac{1}{2}$
9.	" Farthing	22	49.49	3.671	80.76	22
10.	" Halffarthing	17.5	98.98	4.626	80.95	17
11.	Französische neue 10-Centimen	30	23.38	2.859	85.77	28
12.	" 5: "	25	46.77	3.603	90.07	22
13.	" 2: "	20	116.93	4.889	97.78	16 $\frac{1}{2}$
14.	" 1: "	15	233.85	6.161	92.41	13
15.	Dänische 2-Pennia	23.4	48	3.634	85.63	22
16.	" 1: "	18.8	96	4.579	86.08	17 $\frac{1}{2}$
17.	Österreichische 30-Kreuzer (1807)	37 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{5}{6}$	2.511	94.17	32
18.	" 15: " (1807)	35	18 $\frac{1}{3}$	2.637	92.30	30
19.	" 6: " (1800)	32 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{7}{9}$	2.610	84.82	30 $\frac{1}{2}$
20.	" 3: " (")	29	26 $\frac{2}{3}$	2.987	86.62	27
21.	" 1: " (")	24	53 $\frac{1}{3}$	3.764	90.33	21
22.	" $\frac{1}{2}$: " (")	21	106 $\frac{2}{3}$	4.742	99.58	17
23.	" $\frac{1}{4}$: " (")	18	213 $\frac{1}{3}$	5.975	170.55	13 $\frac{1}{2}$
24.	" 2: " (1848)	31 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{3}$	2.371	74.68	34
25.	" 1: " (1816)	25 $\frac{1}{2}$	26 $\frac{2}{3}$	2.987	76.18	27
26.	" $\frac{1}{2}$: " (")	22 $\frac{1}{2}$	53 $\frac{1}{3}$	3.764	84.69	21
27.	" $\frac{1}{4}$: " (")	19 $\frac{1}{2}$	106 $\frac{2}{3}$	4.742	92.47	17
28.	" 3: " (1851)	30 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{2}{3}$	2.423	73.90	33
29.	" 2: " (")	26	21 $\frac{1}{3}$	2.773	72.10	29
30.	" 1: " (")	23	42 $\frac{2}{3}$	3.494	80.36	23
31.	" $\frac{1}{2}$: " (")	20	85 $\frac{1}{3}$	4.402	88.04	18
32.	" $\frac{1}{4}$: " (")	17 $\frac{1}{2}$	170 $\frac{2}{3}$	5.547	97.07	14 $\frac{1}{2}$
33.	Preussische 4-Pennia	26	38.4	3.373	87.69	24
34.	" 2: "	24	51.2	3.713	89.11	21 $\frac{1}{2}$
35.	" 1: "	20 $\frac{1}{2}$	76.8	4.250	87.12	19
36.	" $\frac{1}{2}$: "	17 $\frac{1}{2}$	173.6	5.355	93.71	15
37.	Portugiesische ältere 40-Reis	34 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{3}$	1.943	67.03	41
38.	" jüngere 20-Reis	37	9.17	2.093	77.44	38
39.	" 10-Reis	32	18.34	2.637	84.88	30
40.	Spanische 1/2-Real	32	12.2	2.302	73.66	35
41.	" 1/4-Real	19 $\frac{1}{2}$	61	3.936	76.75	20
42.	Brasilische 5-Batzen	40 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{3}{4}$	1.791	72.53	44 $\frac{1}{2}$
43.	" 2-Batzen	35	11 $\frac{1}{2}$	2.257	78.99	35 $\frac{1}{2}$
44.	" 1-Batzen	30	23	2.844	85.32	28
45.	" 1/2-Batzen	23 $\frac{1}{2}$	46	3.583	84.20	22
46.	" 1/4-Batzen	18	115	4.863	87.53	16 $\frac{1}{2}$

Sämmtliche Spalten dieser Tabelle, mit Ausnahme der letzten, sind nach dem Obigen von selbst verständlich. Aus der vorletzten entnimmt man, daß die Norm für die verschiedenen angeführten Kupfermünzen zwischen den Grenzen 66 und 107½ variiert; das Mittel aus allen 46 vorliegenden Werthen beträgt sehr nahe 84: nimmt man aber die durch ein besonders gefälliges Format ausgezeichneten belgischen und neueren englischen Sorten (Nr. 1 — 4 und 7 — 10) allein heraus, so schwanken diese nur zwischen 74·87 und 87·32, und ergeben als durchschnittliche Norm 80·6 oder in runder Zahl 80. Die durchgängige Annahme der Norm 80 für Kupfergeldsorten würde sich demnach empfehlen: und mit Zugrundelegung derselben sind die Durchmesser sämmtlicher verzeichneter Münzen berechnet, wie man sie in der letzten Spalte der Tabelle eingetragen findet. Die dort stehenden Zahlen sind also (auf halbe Millimeter abgerundet) jene Größen, welche man den Stücken geben müßte, um ihnen das den meisten belgischen und englischen Sorten eigene angenehme Dickenverhältniß zu verleihen. Hieraus erkeht man z. B., daß die österreichischen Kreuzermünzen vor 1816 (Nr. 17—23) und die preussischen Stücke (33—36) sämmtlich zu groß von Fläche (daher zu dünn) geschlagen sind; wogegen das ältere portugiesische Stück (37) und der englische Doppelpenny von 1797 (5) sich viel zu dick und klobig darstellen. Die Größe des preussischen Pfennigs würde, wenn man ihn mit dem berechneten Durchmesser von 15 Millimetern zu klein für den Umlauf fände, süglich auf 16½ Mill. erhöht werden können, ohne daß eine Verwechselung mit dem 2-Pfennigstück zu besorgen wäre; denn zwischen beiden bliebe alsdann noch immer ein Unterschied = 2½ Mill., fast ebenso groß wie der jetzt (zwischen 17½ und 20½ Rm.) wirklich bestehende. Die neuen französischen Sorten (11—14) sind durchgehends zu dünn; aber man ist wegen des geringen Gewichtes des kleinsten Stückes, nämlich des Centime (14), zu dieser Abweichung genöthigt gewesen, da man bis auf die berechneten 13 Mill. nicht hinabgehen konnte, ohne die Münze unpraktisch zu verkleinern. Indem man nun den Centime auf 15 Mill. setzte, mußte man folgerichtig — um genügend große Unterschiede zu erhalten — auch jede der anderen Sorten um 2 bis 3 Mill. größer machen als eigentlich gut gewesen wäre; d. h. überhaupt ein dünneres Format einführen. Dabei hat noch überdies der Wunsch mitgewirkt, jede Durchmessergröße durch ein Vielfaches von 5 Mill. darzustellen.

Für Münzen aus Silber und Gold kann, wegen des größern spezifischen Gewichtes dieser Metalle, nicht dieselbe Norm zu Grunde gelegt werden, welche für Kupfer zweckmäßig gefunden ist; denn bei gleicher Norm würde durchgehends ein Münzstück von demselben Gewichte (von gleicher Anzahl auf die Mark) auch denselben Durchmesser bekommen, woraus von selbst folgt, daß die Dicke in eben dem Verhältnisse geringer ausfallen müßte, in welchem das spezifische Gewicht größer ist. Beträgt nun der Erfahrung zufolge durchschnittlich (an geprägten Stücken) das spezifische Gewicht bei

Kupfer	8·85
3½löthigem Silber	9·20
5 " "	9·33
8⅓ " "	9·67
9⅓ " "	9·78
12 " "	10·07
13⅓ " "	10·20
14 " "	10·27
feinem " "	10·50
21⅓ karatigem Golde	17·18

22 karatigem Gold 17·57

23⅓ " " 18·97

so würde man — den Durchmesser nach der Kupfernorn berechnend — eine Münze aus 12löthigem Silber in dem Verhältnisse von 1007 zu 885, eine aus feinem Silber in dem Verhältnisse von 1050 zu 885, und eine aus 22karatigem Golde in dem Verhältnisse von 1757 zu 885 dünner erhalten, als die gleichschwere Kupfermünze; d. h. die erstere würde etwa um ein Achtel, die zweite fast um ein Sechstel und die dritte sehr nahe um die Hälfte zu dünn ausfallen, während der Unterschied bei den geringhaltigeren Silberforten unbedenklich vernachlässigt werden kann. Das spezifische Gewicht des 12löthigen Silbers ist nach Obigem etwa 1⅓ mal, das des 14löthigen 1⅓ mal, das des feinen Silbers 1⅓ mal, das des 22karatigen Goldes fast 2 mal so groß als jenes des Kupfers; man müßte daher, um die für letzteres Metall zweckmäßige Norm 80 für die genannten Silber- und Goldsorten abzuändern, sie beziehungsweise durch die Kubikwurzeln von 1⅓, 1⅓, 1⅓, 2 dividiren, und erhielte so für

12löthigem Silber	76½
14 " "	76
feines " "	75⅓
22karatiges Gold	63½

unter welcher Voraussetzung alsdann die Silber- und Goldmünzen das nämliche Dickenverhältniß erlangen würden, welches an den Kupfermünzen bewährt ist. Aus verschiedenen Gründen kann man jedoch die so eben abgeleiteten Normen nicht ohne Weiteres zur Anwendung bringen. Was zunächst das Silbergeld betrifft, so ist bei den größeren Sorten desselben eine etwas bedeutende Dicke zweckmäßig, weil sich dann leichter eine gut gebildete und deutliche Handschrift anbringen läßt. Dagegen kann dieser Zweck bei sehr kleinen Silberstücken nicht mehr erreicht werden, ohne den Durchmesser über alles Verhältniß hinaus zu verringern, wodurch die Münze ungeeignet zur bequemen Handhabung wird; um letztern Uebelstand zu vermeiden, muß also eine größere Norm gewählt, auf Handschriften Verzicht geleistet und ein glatter oder einfach verzierter Rand angewendet werden. Gegen diesen Grund, die kleinen Silberforten im Verhältnisse zu ihrer Dicke breitflächiger auszuprägen, ist der Einfluß des verschiedenen Feingehalts verschwindend klein, so daß die Regel aufrecht stehen bleibt, auch wenn man sämmtliche Silbermünzen aus gleicher Legirung anfertigt. — Rücksichtlich der Goldmünzen treten, besonders in Betreff der Sorten von geringerem Gewichte, ähnliche Betrachtungen ein, welche die Norm 63½ als zu niedrig erscheinen lassen, weil dadurch die Münze einen zu kleinen Durchmesser bekäme.

Nach Allem, was so eben vorgetragen wurde, scheinen folgende Normen als empfehlenswerth aufgestellt werden zu dürfen:

für Silber, und zwar	
bis 15 Stück auf die raue Mark	75
über 15 bis 50 Stück	80
50 " 100 "	85
" 100 Stück auf die raue Mark	90
für Gold durchgehends 70	

Vergleicht man diese a priori aufgestellten Ansichten mit den wirklichen Ausprägungen, namentlich der neueren Zeit, so findet man sie auf eine sehr zufriedenstellende Weise an denjenigen Münzen bestätigt, welche die Anerkennung eines gefälligen und bequemen Formats sich erworben haben. Ich gebe in nachstehender Tabelle Belege hierzu, welche die Silber- und Goldmünzen einiger Staaten umfassen. Den in der letzten Spalte enthaltenen berechneten Durchmessern liegen die oben theoretisch abgeleiteten Normen zu Grunde.

Nro.	Benennung der Münzen.	Durchmesser, Millimeter.	Stück auf 1 raue Mark.	Index.	Norm.	Berechneter Durchmesser.
Silbermünzen.						
Oesterreichische (neuester Prägung):						
1	2 Gulden	38	9	2.080	79.04	36
2	1 "	30.5	18	2.621	79.94	30 1/2
3	20 Kreuzer	22	54	3.780	83.16	22 1/2
4	10 "	18.4	108	4.762	87.62	19
5	6 "	20	122 1/2	4.966	99.32	18
Preussische:						
6	2 Thaler	41	6.3	1.847	75.73	41
7	1 "	34	10.5	2.190	74.46	34
8	1/6 "	23	43.75	3.523	81.03	23
9	1/12 "	20.7	72	4.160	86.11	20 1/2
10	1 Silbergroschen	18.4	106 2/3	4.742	87.26	19
11	1/2 "	15	213 1/3	5.975	89.62	15
Hannoversche:						
12	2 Gütengroschen	20	87 1/2	4.439	88.78	19
13	1 "	18	120	4.932	88.78	18
14	6 Pfennige	16	168	5.518	88.29	16
Süddeutsche:						
15	2 Gulden	36	11.025	2.225	80.10	33 1/2
16	1 "	30	22.05	2.804	84.12	28
17	1/2 "	24	44.1	3.533	84.79	23
18	6 Kreuzer	20	90	4.481	89.62	19
19	3 "	17	180	5.646	95.98	16
20	1 " (in Baiern)	14	280	6.542	91.59	14
21	1 " (in Heffen)	14.5	281 1/4	6.552	95.01	14
Französische:						
22	5 Franken	37	9.354	2.107	77.96	35 1/2
23	2 "	27	23.386	2.859	77.19	28
24	1 Frank	23	46.771	3.603	82.87	22
25	50 Centimen	18	93.542	4.539	81.70	19
26	20 "	15	233.855	6.161	92.41	14 1/2
Englische:						
27	5 Schilling	38	8.271	2.022	76.84	37
28	2 1/2 "	32	16.541	2.548	81.54	31 1/2
29	2 "	30	20.676	2.745	82.35	29
30	1 "	23.7	41.353	3.458	81.95	23
31	6 Pence	19.4	82.705	4.357	84.52	19 1/2
32	4 "	16.4	124.058	4.987	81.78	18
33	4 "	17.6	124.058	4.987	87.77	18
34	3 "	16.3	165.411	5.489	89.47	16 1/2
35	2 "	13.4	248.116	6.284	84.20	14
36	1 1/2 "	12.4	330.821	6.916	85.76	13
37	1 Penny	11.2	496.232	7.917	88.67	11 1/2
Schwedische:						
38	Speziess-Reichsthaler	39	6.877	1.902	74.18	39 1/2
39	1/2 "	31.5	13.754	2.395	75.45	31
40	1/3 "	24.7	27.507	3.018	74.54	26 1/2
41	1/6 "	22	55.014	3.803	83.67	22 1/2
42	1/12 "	17.7	110.128	4.791	84.80	19
43	1/32 "	14	220.056	6.037	84.52	15
Russische:						
44	Rubel	35.5	11.28	2.243	79.63	33 1/2
45	50 Kopeken	28.5	22.56	2.826	80.54	28
46	25 "	24.2	45.12	3.586	86.78	22
47	20 "	22	56.40	3.835	84.37	22
48	10 "	17.6	112.80	4.832	85.04	18 1/2
49	5 "	15	225.60	6.087	91.30	15
Nordamerikanische:						
50	Dollar	38	8.749	2.060	78.28	36 1/2
51	50 Cents	30.7	17.498	2.596	79.70	31
52	25 "	24.2	34.996	3.271	79.16	24 1/2
53	10 "	18	87.490	4.439	79.90	19
54	5 "	15.3	174.980	5.593	85.57	16
55	3 "	14.1	291.633	6.631	93.56	13 1/2

Nro.	Benennung der Münzen.	Durchmesser, Millimeter.	Stück auf 1 raue Mark.	Index.	Norm.	Berechneter Durchmesser.
Goldmünzen.						
Oesterreichische:						
56	Dukaten	20·3	67	4·061	82·44	17
57	„ vierfache	39·5	16·75	2·559	101·08	27½
Preussische:						
58	Doppelte Friedrich'sor (ältere) . . .	27·3	17·5	2·596	70·87	27
59	„ „ (neuere)	25·4	17·5	2·596	65·94	27
60	Einfache „ „	21·6	35	3·271	70·65	21½
61	Halbe „ „	18·7	70	4·121	77·06	17
Hannoversche:						
62	10 Thaler (neueste)	26·2	177½	2·600	68·12	27
63	5 „ „	21·6	35⅙	3·276	70·76	21½
64	2½ „ „	17·5	70⅓	4·128	72·24	17
Französische:						
65	40 Franken	26	18·124	2·627	68·30	26½
66	20 „	21	36·248	3·309	69·49	21
67	10 „	18	72·496	4·169	75·04	17
68	5 „	14·)	144·902	5·253	73·54	13½
Englische:						
69	Sovereign	22	29·278	3·082	67·80	23
70	Halb Sovereign	19½	58·557	5·883	75·72	18
Russische:						
71	5 Rubel	22·7	35·785	3·294	74·77	22
Nordamerikanische:						
72	20 Dollar	33·2	6·995	1·913	63·51	36½
73	10 „	26·8	13·989	2·410	64·59	29
74	5 „	21	27·979	3·036	63·75	23
75	2½ „	18	55·958	3·825	68·85	18½
76	1 „	13½ 15½	139·895	5·191	{67·48 77·86}	13½
77	½ „	11·2	279·790	6·540	73·25	10½
78	¼ „	9·6	559·580	8·240	79·10	8½

Zu dieser Tabelle müssen einige Bemerkungen gemacht werden, weil sie Gelegenheit geben zu zeigen, wie einzelne unpassende Rechnungsergebnisse corrigirt werden können. In der Abtheilung der Silbermünzen findet man, daß das österreichische 6-Kreuzerstück (Nr. 5) größer geprägt wird als das 10-Kreuzerstück (4), was gegen alle Natur und Zweckmäßigkeit sündigen heißt: diese Scheidemünze fällt nach meiner Berechnung 18 Millimeter groß aus, müßte aber — um einen gehörigen Abstand von dem Zehner zu gewinnen — nur etwa 16½ Mill. zum Durchmesser bekommen. Der preussische Silbergroßchen (10) und das 2½ Silbergroßchenstück (9) würden nach der Berechnung einen sehr geringen Größenunterschied darbieten; um diesen Uebelstand zu vermeiden, würde es nöthig sein die erstere Sorte etwa auf 18 Mill. zu verkleinern, welches Maß mit dem wirklich angewendeten (18·4 Mm.) sehr nahe übereinstimmt. Das hannoversche Zweigutegroschenstück (12) ist zweckmäßig auf 20 Mill. gesetzt, weil es nach der Berechnung (mit 19 Mm.) vom Gutengroschen gar zu wenig verschieden ausfiel. Unter den russischen Münzen fallen nach der Berechnung das 25- und das 20-Kopekenstück (Nr. 46, 47) gleich groß aus, was nicht sein darf. Es ist überhaupt unzweckmäßig, zwei an Werth einander so nahe stehende Sorten zu prägen; sollen sie aber beide beibehalten werden, so wäre das Beste, die eine auf 21 Mm. zu verkleinern, die andere auf 24 Mm. zu vergrößern: zugleich dürfte das 10-Kopekenstück an 18 Mm. eine genügende Größe haben. — In der Abtheilung der Goldmünzen fällt besonders auf, wie sehr dünn die Dukaten (56) im Verhältniß zu ihrem Gewichte gehalten sind, und der berechnete Durchmesser von 17 Mill. (sehr nahe gleich jenem der hannoverschen halben

Pistolen) würde für sie viel zweckmäßiger sein. Der österreichische vierfache Dukaten (57) aber bietet ein gar arges Mißverhältniß zwischen Durchmesser und Dicke dar, welches nur dadurch seine Wichtigkeit verliert, daß diese Münze in geringer Menge und mehr als Schaustück denn zum gewöhnlichen Umlaufe verfertigt wird.

Verstöße gegen ein richtiges Dickenverhältniß der Münzen sind in früheren Zeiten weit öfter (und beträchtlicher vorgekommen, als man sie jetzt bei dem sehr vorgeschrittenen Zustande des Münzwesens antrifft; dabei ist der Fehler zu dicken Formats weniger oft begangen worden, als der entgegengesetzte, von dem ich noch ein Paar Beispiele anführen will. Die alten preussischen Drittel (unter Friedrich II. und Friedrich Wilhelm II.) waren 29·7 Mill. groß, statt der aus meiner Berechnung folgenden 26 Mill., hatten also nur drei Viertel der zweckmäßigen Dicke; ganz ähnlich stand das Verhältniß bei den Sechselthalern, deren Durchmesser 26 Mill. statt 23 betrug; daher war auch bei beiden Sorten die der Abnutzung ausgefetzte Oberfläche nahezu in dem Verhältnisse von 4 zu 3 größer, als sie bei dem bessern Formate ausgefallen sein würde. Nicht viel weniger ungünstig standen die Thaler, welche z. B. im Jahre 1764 mit einem Durchmesser von 38 Mill. (statt 34) ausgeprägt wurden, also genau nur vier Fünftel der richtigen Dicke und eine um 25 Prozent zu große Oberfläche besaßen. Die hannoverschen feinen Zweidrittel hatten 33½ bis 35½ Mill. im Durchmesser, während nach den oben gestellten Regeln ihre Größe nur 30½ Mill. betragen dürfte; ihre Oberfläche war dadurch um ein Fünftel bis ein Drittel vergrößert. Eine sonderbare Nebeneinanderstellung sehr dicken und sehr dünnen Formats an fast gleich-

zeitigen Münzen desselben Landes findet sich in den Geprägen der Grafschaft Schaumburg-Lippe unter Wilhelm I. Es liegt ein Thalerstück aus feinem Silber (12 auf die Mark) vom Jahre 1765, und ein Zweidrittelstück gleichfalls aus feinem Silber (18 a. d. M.) v. J. 1761 vor: Ersteres nur $29\frac{1}{2}$, Letzteres dagegen $37\frac{1}{2}$ Mill. groß. Der Thaler, unter diesen Umständen unförmlich dick, müßte nach den oben entwickelten Regeln 33 Mill., das Zweidrittelstück nur $30\frac{1}{2}$ Mill. messen.

2. Die Münzenformate im Vergleiche mit einander als Glieder eines Münzsystems.

Wenn das Gewicht und der Werth des in einem Münzsysteme als Einheit geltenden Geldstückes festgesetzt ist, handelt es sich um die Theilstücke und die Vervielfältigungsstücke desselben, durch deren Aufstellung eben Das hervorgeht, was ich ein Münzsystem nenne. Die Münz-Einheit*) ist in der Regel ein Silberstück, selbst in den Ländern mit Goldwährung; hiervon wird nur Nordamerika eine Ausnahme machen, wenn es die Einsetzung eines goldenen Dollars statt des bisher üblichen silbernen vollständig durchführen sollte. Allein die Münzsysteme sind doch wieder sehr von einander abweichend hinsichtlich der Stellung, welche jene Einheit in dem ganzen Systeme einnimmt. Das Natürlichste scheint zu sein, entweder das größte Silberstück für diese Rolle zu bestimmen; oder aber dasjenige, welches für den täglichen Detailverkehr das bequemste Maß hat, für Summengeschäfte also eines in Silber selbst ausgeprägten Vielfachen bedarf. Vielerwärts hat man jedoch weder den einen noch den andern dieser Wege eingeschlagen; und es kommen überhaupt folgende fünf Anordnungen vor. Die Einheit ist dargestellt

a) Durch das größte Silberstück des ganzen Systems. Beispiele: Schweden mit seinem Speziesthaler, Rußland mit dem Rubel, der Kirchenstaat mit dem Scudo, Nordamerika mit dem Dollar. — In den deutschen Thalerländern fand ein Gleiches Statt, ehe die Doppelthaler aufkamen; eben so in Dänemark vor der neuesten Veränderung von 1853, als noch der Speziesthaler Münzeinheit war.

b) Durch ein Silberstück zweiter oder dritter Größe, welches in größeren Silberforten vervielfältigt auftritt, aber doch nicht das für den Kleinverkehr angemessenste mittlere Stück ist. Beispiele: der Gulden in Oesterreich, den süddeutschen Zollvereinsstaaten, den Niederlanden; der Thaler in den deutschen Thalerländern, der Reichsthaler in Dänemark (wo der Speziesthaler jetzt als 2 Reichsthaler-Stück bezeichnet ist).

c) Durch dasjenige mittlere Silberstück, welches, vermöge seiner Größe noch über der Scheidemünze stehend, das bequemste Werthmaß für die kleinen Zahlungen des täglichen Detailverkehrs hat. Beispiele: der Frank in Frankreich, Belgien und der Schweiz; die Lira in Sardinien, dem österreichischen Italien und einigen anderen italienischen Staaten; der englische Schilling; die Drachme in Griechenland.

d) Durch eine kleine Münzsorte, deren Werth unter jenem eben erwähnten Mittelmaße steht, also in dieser Beziehung schon dem Kreise der Scheide-

münze anheimfällt. Beispiele: der Real in Spanien, der Piafter in der Türkei, der Grano in Neapel.

e) Durch eine ganz geringe Rechnungsforte, welche wegen ihres kleinen Werthbetrages gar nicht in wirklicher Ausmünzung auftritt. Portugal mit seinem Rei bietet diesen sonderbaren Fall dar, welcher schon für sehr mäßige Summen unbequem große Zahlen zur Folge hat.

Ich will diese Uebersicht durch eine Zusammenstellung der Werthe vervollständigen, welche alle die genannten Münzeinheiten in preussischen Silbergroßchen repräsentiren:

a) Schweden: Speziesthaler	= 45·8 Sgr.
Rußland: Rubel	= 33·86 "
Kirchenstaat: Scudo	= 43·47 "
Nordamerika: Dollar	= 43·2 "
b) Oesterreich: Gulden	= 21 "
Süddeutschland: Gulden	= 17·14 "
Niederlande: Gulden	= 16·97 "
Norddeutschland: Thaler	= 30 "
Dänemark: Reichsthaler	= 22·7 "
c) Frankreich, Belgien, Schweiz: Frank	= 8·08 "
Sardinien, Lucca, Modena, Parma: Lira	= 8·08 "
Oesterreichisch Italien: Lira	= 7 "
Großbritannien: Schilling	= 9·39 "
Griechenland: Drachme	= 7·23 "
d) Spanien: Real	= 2·12 "
Neapel: Grano	= 0·34 "
Türkei: Piafter	= 1·7 "
e) Portugal: Rei	= 0·049 "

(Fortsetzung folgt.)

Lehrbuch der Geometrie

zum Gebrauche an höheren Lehranstalten.

Von Dr. **Eduard Heis**,

Professor der Mathematik an der kön. Akademie zu Münster, und

Thomas Joseph Eschweiler,

Director der höheren Bürgerschule zu Köln.

Erster Theil. Planimetrie.

Köln 1855 bei M. Du-Mont-Schauberg.

(Hierzu Fig. 3 bis 6 auf Blatt 16.)

Der Name des eben so tüchtigen Astronomen als gründlichen Lehrers der Mathematik und Physik, Dr. E. Heis wird in Deutschland, seit dem Erscheinen seiner Abhandlungen: über Anzahl und scheinbare Größe der dem freien Auge sichtbaren Sterne, — über die periodischen Sternschnuppen, u. a. — vorzüglich aber, der fast unentbehrlich gewordenen algebraischen Beispiel-Sammlung, von welcher die fünfte Auflage vor mir liegt, mit Auszeichnung genannt. Dieses wohlgegründete Vorurtheil wäre allein schon hinreichend ihn und seinen würdigen Mitarbeiter vor dem Schicksale zu sichern, das viele Erzeuger ähnlicher Lehrbücher trifft; nämlich gar nicht geprüft und beachtet zu werden, weil deren zu große Menge für eine so ausgemachte Sache gilt, als die Theuerung der Lebensmittel oder die Veränderlichkeit des Wetters, daher auch die beiden genannten Verfasser selbst sich bewogen fanden, den ersten Satz ihres Vorwortes damit zu beginnen, und gewissermaßen die Existenz ihres Werkes zu entschuldigen. Dasselbe thaten zwar schon einige in solchem Falle, und noch andere hätten

*) Um Mißverständnissen vorzubeugen, muß hier bemerkt werden, daß die Münz-Einheit nicht immer auch zugleich Rechnungs-Einheit ist. Als erstere hat man denjenigen Geldwerth zu betrachten, welcher den geprägten Stücken als Stammgröße zu Grunde liegt, obschon vielleicht die Rechnung nach einem Vielfachen oder nach einer Unterabtheilung desselben geführt wird.

allerdings Ursache dazu gehabt, aber keiner darf sich mit so gutem Grunde rühmen, „Besseres an die Stelle des Vorhandenen“ gesetzt zu haben. Ohne die lobenswerthen Bemühungen einiger zu verkennen, (als deren Repräsentanten für Oesterreich man Schulz von Strasznicki nennen kann) und weit entfernt im geringsten ihr Verdienst zu schmälern, kann ich behaupten, daß gegen dieses Elementarbuch alle frühern im Schatten stehen. Wenn bei dem Dasein so vieles alten und neuen Brauchbaren, eine wiederholte, umfassende Bearbeitung nicht purer Ueberfluß sein sollte, so mußte sie ungefähr wie die vorliegende beschaffen sein.

Das Zusammenwirken zweier Freunde zu einem Werke der Wissenschaft, hat seine unverkennbaren Vortheile, und scheint mir weit angemessener und nachahmungswürdiger als z. B. die gemeinsame Fabrication eines Romanes oder Schauspiels, wobei der eine für das, was er als geschickter Handwerker verrichtet, von dem andern mit einem Stücke Berühmtheit abgefunden wird.

Eines der Hauptverdienste, worauf die Verf. (im Vorwort) mit Recht Anspruch machen, die sinnige „Anordnung des Materials“ trägt sichtbar das Gepräge der Verwandtschaft mit jener der obgedachten Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra; unstreitig ist den Forderungen an eine solgerechte Einteilung und Zusammenstellung, noch nirgends so im ganzen befriedigend entsprochen worden. Allenfalls wäre in Frage zu stellen, ob die Ähnlichkeit der Figuren nicht besser gleich anfangs, unmittelbar nach deren Congruenz stünde. Der Begriff von congruent, (gleich und ähnlich) scheint ohne Sprung in jenen der Ähnlichkeit ohne Gleichheit übergehen zu können, und was Proportion ist müßte, als aus der Arithmetik bekannt, voraussetzen sein. Jedoch soll hier darüber keineswegs abgesprochen, sondern die Verschiedenheit der Ansichten nur in Beziehung auf meine Besprechung dieser Theorie an einem andern Orte beiläufig bemerkt werden.

Die theils eigenthümliche Art der Darstellung, theils Bereicherung des Stoffes durch Gesammeltes und Selbstgedachtes, läßt sich in so gedrängter Kürze nicht gehörig würdigen; ich behalte mir vor, bei manchem Anlasse auf einzelne dieser Leistungen zurückzukommen. Es mag indessen genug gesagt sein: Mir ist beim Durchlesen einer wissenschaftlichen Anleitung selten so viel Erfreuliches, so wenig Störendes begegnet; ja das einzige was mich wirklich unangenehm berührte, ist — die leidige Wahl der Frakturchrift!

Ich trete zwar vermuthlich selbst mit diesem Berichte, wieder einmal in Fractura vor das geehrte Publikum; es ist aber gewiß nicht meine Schuld, ich füge mich dem Hausbrauche, während die Entscheidung dort doch wohl von dem Wunsche der beiden Freunde abhing. Oder sollte sich der Abstellung dieser häßlichen Unzierde deutscher Bücher in jenem Lande noch eine höhere Anordnung entgegen stellen? Wir sehen doch in unserer Nähe so manches mit Wahl Verlegte, an dem, wenn auch mitunter sonst nicht viel, doch die schöne, klare, europäische Druckchrift zu rühmen ist. Bei minder werthvollen Schriften stimme ich dafür, von solchen Nebensachen keine Erwähnung zu thun; etwas so Vorzügliches aber möchte ich auch ganz nach meinem Geschmacke ausgestattet sehen.

Ich kann nicht schließen ohne auf den interessanten, bei aller Kürze so reichen Inhalt des zweiten Theiles der Planimetrie besonders aufmerksam zu machen, der die Anwendungen aller vorhergehenden Capitel, die Sätze und Aufgaben über den Inhalt der Figuren, über geometrische Orter, Maxima und Minima, Transversalen, harmonische Theilung und

das Tactions-Problem umfaßt; worunter der Geometer mit Bewunderung Wahrheiten und Ergebnisse erblickt, die er aus eigener Forschung kannte, aber in keinem Buche fand, und daher allein zu kennen glaubte.

Als Zeichen meiner Achtung für die Verfasser und ihre gelungene Bemühung, widme ich ihren Schülern und Lesern den nachfolgenden Satz, um ihn nach Belieben als Anhang oder Eröffnung des III. Abschnittes (Seite 65: Vergleichung der Quadrate....) zu betrachten; wobei die beiden §§. 26, 27, welche denselben Zweck, allgemeinste Auffassung des Pythagorischen Satzes, verfolgen, auf ihrem Werthe beruhend bleiben.

Wenn zu einer geraden Linie bc , aus irgend einem Punkte a des Raumes, drei gerade: ab , ac , ad , auf ihre Endpunkte und Mitte gezogen werden, so ist die Summe der Quadrate der beiden äußern, gleich dem halben Quadrate der Grundlinie, mehr dem doppelten Quadrate der mittleren.

(Fig. 3, 4, 5, 6.) Es seien die Grundlinie $bc = \alpha$, die Seiten $ac = \beta$, $ab = \gamma$; die mittlere oder Theillinie $ad = \delta$; also

$$bb'cc' = \frac{1}{2}\alpha^2; aa'cc' = \beta^2;$$

$$aa''bb'' = \gamma^2; gg'ef = 2\delta; \text{ ferner stehe}$$

aa' auf bc ; dm auf ab ; dh auf ac ; bf' und ce' auf ad senkrecht; dann sei $ah' = a'h = \Theta$; und wegen Congruenz von bdd' , edd'' , und wegen Ähnlichkeit von abn , dbm , $dd' = dd'' = \varepsilon$; $dd'ff' = dd''c'e' = \delta\varepsilon$; $bn = \nu$; $bm = \mu$; $bnn'b' = bmm'b' = \frac{\nu\alpha}{2} = \gamma\mu$;

weil aber: $aa'd = abg$; $ag'e = ada'$; und $acc'' = dec'$; so ist auch: $amua'' = ad'fg$; $ad'e'g' = aa'hh'$; $ce'n'n' = cc'hh'$; oder

$$(\text{Fig. 3, 4, 6}): \gamma^2 \pm \gamma\mu = \delta^2 \mp \delta\varepsilon; \delta^2 \pm \delta\varepsilon = \beta^2 \Theta;$$

$$\frac{1}{2}\alpha^2 \pm \frac{\nu\alpha}{2} = \frac{1}{2}\alpha^2 \pm \gamma\mu = \beta^2 - \beta\Theta;$$

$$(\text{Fig. 5}): \gamma^2 - \gamma\mu = \delta^2 - \delta\varepsilon; \delta^2 + \delta\varepsilon = \beta^2 - \beta\Theta;$$

$$\frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{\nu\alpha}{2} = \frac{1}{2}\alpha^2 - \gamma\mu = \beta\Theta;$$

woraus man in allen möglichen Fällen erhält:

$$\gamma^2 + \beta^2 = 2\delta^2 + \frac{1}{2}\alpha^2.$$

Es ist also in jedem geradlinigen Dreiecke, die Summe der Quadrate zweier Seiten, gleich dem halben Quadrate der dritten, mehr dem doppelten Quadrate der Schwerlinie (Theillinie).

In einem rechtwinkligen Dreiecke ist die Hypothenuse der doppelten, sie halbirenden Schwerlinie gleich, $\frac{1}{2}\alpha_1 = \delta_1$; $\frac{1}{2}\alpha_1^2 = 2\delta_1^2$; folglich: $\gamma_1^2 + \beta_1^2 = \alpha_1^2$.

Wien, 27. Juli 1855.

Riedl v. Leuenstern.

Nothgedrungene Abwehr.

Unter dieser Aufschrift versuchte es der Herr Geh. Regierungsrath H. Briz mir — in Beziehung auf meinen in der Zeitschrift des österr. Ingenieur-Vereines 1855 Nr. 3 u. 4 S. 77—83 gelieferten Aufsatz über die Ermittlung des Zuckergehaltes in der wässrigen Auflösung des Zuckers u. s. w. — eine sehr caustische Lauge ins Angesicht zu gießen, die aber ihre Negkraft größtentheils verlieren mußte: weil zu ihrer Construction — ohne Auswahl und Rücksicht auf Anstand und Wahrheit — die verschiedenartigsten Beschuldigungen mit der Emsigkeit eines Winkeladvokaten, aus allen Zonen der sophi-

stischen Polemik zusammen gesucht wurden, und eben darum gar manche Contradictoria sich einschleichen und sich gegenseitig abstumpfen konnten*).

Die auf solcher Bahn zusammengebrachte sogen. „Nothgedrungenen Abwehr“ ist auch so vielfachelig componirt, daß ihre vollständige Beleuchtung und Widerlegung — ohne allen Gewinn für den Leser — viele Bogen füllen würde: jene Sträflingsarbeit, zu der ich mich aus dem Grunde nicht herbei lassen werde, weil ich meine letzte Lebenszeit zu wichtigeren, nützlicheren und besseren Dingen verwenden kann.

Ich begnüge mich daher, hier nur die Hauptpunkte der gegen mich vorgebrachten Klagen näher zu beleuchten, in der vollen Ueberszeugung: daß der Leser nach diesen Daten auch das ganze Netz jener Gravamina richtig werde beurtheilen können.

Im 3. Absätze seiner sogen. „Abwehr“ ruft Herr Br. beim Worte „Balgereien“ alle Welt zu Hilfe (!), worüber ich denn auch reumüthig Abbitte thue und bekenne: daß ich — wenn ich damals die vor mir liegende „Abwehr“ bereits gekannt hätte — Kaßbalgereien geschrieben haben würde; insofern nämlich, als mir für haltlose sophistische Zänkereien im heiligen Solde der Wissenschaft, kein passenderer Name bekannt ist.

Im 4. Absätze wird mir der Vorwurf gemacht: „die rein objective Auffassung des Gegenstandes“ vermöge meines „specifischen Naturells“ verlassen und mich in gehässigen Verdächtigungen meines Gegners ergangen zu haben, indem zugleich meine Wahrheitsliebe als mindestens sehr fraglich bezeichnet wird.

Hierauf kann ich nur mit der bestimmten Angabe meines Objectes antworten. — Dieses Object bestand und besteht noch, nicht so sehr in den Minimis der Correctionen, die Hr. Br. durch seinen Calcul gefunden haben will (die ich ihm daher auch in der Zeitschr. des Ing.-Vereines 1855 Febr. S. 680, c zur Disposition stellte), als vielmehr in dem bedauerungswürdigen Mißgriffe, diese Minima als Brücke zu benützen zur Correction einer Tabelle, aus welcher mit Hilfe des Baumé'schen Aräometers, sowohl der Procentengehalt als das spec. Gewicht der Zuckerauflösungen richtiger als vorher zu ermitteln sein soll: denn diese Tabelle wird — aus in meiner Kritik nachgewiesenen Gründen — nur nachtheilige Folgen für die Praxis herbeiführen.

Was übrigens die gehässigen Verdächtigungen anbetrifft, so verstehe ich unter diesem Titel nur solche, die auf der Lüge beruhen. — Solcher Vergehen fühle ich mich jedoch keineswegs schuldig; denn immer bin ich — wie alle die mich näher kennen bezeugen werden — der Wahrheit nachgelaufen, und habe dadurch viel Verdruß erlebt: weil ich die Kunst nicht verstehe, die Wahrheit wie Marzipan schmecken zu machen.

Im 5. Absätze will Hr. Br. nachsehen, wie es mit meiner Wahrheitsliebe bestellt sei, und führet zu dem Ende an: daß ich mir „eine mit allerhand Invectiven gespickte Philippika gegen die Mathematik, ostensibel gegen viele Jünger derselben u. s. w. erlaubt habe.“ Auch schleudert mir Hr. Br. „zur weiteren Abfertigung“ den Ausspruch eines berühmten

Naturforschers entgegen: „vermöge welchem die Physik so viel Wissenschaft enthält, wie Mathematik in ihr enthalten ist.“

Beide diese an die Pforte des gesunden Menschenverstandes genagelten Betarden werden jedoch ohne alle Wirkung verplagen: denn

1. ist die erste der Beschuldigungen grundfalsch, „weil ich nicht gegen die Mathematik, sondern gegen den Mißbrauch und die Herabwürdigung dieser wichtigen Wissenschaft“ eiferte: die dann erfolgen, wenn man unter ihrem Einflusse Mücken zu Elephanten potenzirt, und diese sodann unter dem Banner der Mathematik zu Reformen benützt, die im praktischen Leben großen Schaden herbeiführen können; in welcher Beziehung ich (s. d. Zeitschr. 1855 Nr. 3 — 4 S. 78 3. 5 — 10 v. o.) überdies noch ausdrücklich darauf hingewiesen habe: wie solche Mißgriffe gerade dadurch am nachtheiligsten wirken, daß sie das Mißtrauen der Praktiker auch gegen gediegenere Leistungen der Mathematik hervorrufen.

Wenn mir aber für die dießfällige Folgerung zufällig gerade die Broschüre des Hrn. Br. ein klassisches Beispiel geliefert hat, so kann ich wahrlich nichts dafür. Indessen bin ich jedoch gerne erbötig, demselben einen Beweis meines guten Tons zu geben, indem ich Ihn berechtige, aus dem Vorangeführten nachzuweisen, wie es mit seiner eigenen Wahrheitsliebe bestellt ist.

2. Kann mich auch der Ausspruch des berühmten Naturforschers keineswegs aus der Fassung bringen; denn — anche io son pittore! — und ich bin überdem noch auf das Vollständigste überzeugt, daß es in dem unermesslichen Gedankenreiche der Naturforschung noch gar viele Dinge gibt: die dem Mathematiker (als solchen) unzugänglich sind, und nur dann erst zugänglich werden können, wenn vorher die freie Function des gesunden Menschenverstandes in jenem ungeheuren Felde die Prämissen ergründet hat, aus welchen die Mathematik zuletzt auch die Länge, Breite, Dicke, Attraction, Bewegung, Intensität u. des fraglichen Gegenstandes näher zu bestimmen vermag.

Im Absätze 6 — 8 zieht Hr. Br. in höchst unanständiger Weise gegen mich los, weil ich ihm zugemuthet hätte: das von mir aufgefunden, und in meiner Aräometrie bereits im Jahre 1816 bekannt gemachte Dilatationsgesetz nicht gekannt zu haben, indem er mich — zur Darlegung meines Unrechtes — auf die Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen pro 1854 S. 29, 30 u 137 verweist.

In diesem ganzen Citat (von 1854) finden sich nun zwar allerdings Hindeutungen auf veränderliche Contraction der Auflösungen je nach Verschiedenheit der Mischungs-Verhältnisse, die aber keineswegs das fragliche Gesetz charakterisirend bezeichnen: welchem gemäß bei allen Auflösungen in der fortlaufenden Reihe der Mischungs-Verhältnisse bis zu einem gewissen Punkte Contraction erfolgt, sodann aber in die Dilatation oder Expansion übergeht; vermöge welchem ferner dieser Wendepunkt bei jeder andern Substanz in der Reihe der Procente auf eine andere Stelle fällt: so wie solches von mir bereits am Anfange des Jahrhunderts entdeckt und in meiner Aräometrie 1816, und zwar am vollständigsten in der 28. Tabelle, Spalte 4 und 5 nachgewiesen wurde.

*) Ich habe einen Thierarzt gekannt, welcher, als er ein Aemittel notwendig hielt, Aeskali verordnete. Weil dieses aber nicht genugsam wirkte, verschrieb er am zweiten Tage rauchende Salpetersäure. Da jedoch auch diese sich zu wenig ägend zeigte, lautete das Rezept am dritten Tage: Rz. lap. caust. acid. nitri fum. ad partes aequales m. d. —

Gleichwohl will ich indessen die Wahrheitsliebe des Hrn. Br. freundlicher behandeln als er die meinige, indem ich es glaube: daß er meine Arbeiten gekannt, und nur unrichtig aufgefaßt habe; denn hätte er sie verstanden, so würde er sich wohl gehütet haben, die von Balling gefundenen Versuchsergebnisse gerade an jenen Stellen zu corrigiren, wo das Eigenthümliche des fraglichen Gesetzes am deutlichsten hervortritt.

Im Absätze 9 wird mir angedichtet: der alleinige Zweck meines Angriffes sei offenbar der gewesen, meinen Groll an den Tag zu legen, weil Hr. Br. mich in seiner Schrift nicht als alleinige Autorität — als welche ich mich betrachten soll — genannt habe.

Diese Beschuldigung kann ich nur als einen Mißgriff des Setzers ansehen, weil ich überzeugt bin, daß Hr. Br. mich unmöglich für so einfältig halten kann als ich sein müßte, um nach seinem Lobe hungrig zu werden. Er wird es ja eben so gut wissen wie ich, welch' relativen Werth das Lob hat, in so fern sich dasselbe, je nach Beschaffenheit des Spenders, bald als Ehre, bald als Schmähung wirksam zeigen kann.

Im Absätze 10—15 ergeht sich Hr. Br. wieder des Breiteren in seinem *Calculo de minimis* und ist höchlich beleidigt, weil ich in meiner Kritik (s. d. Zeitschr. 1855 Nr. 3—4 S. 80 a) die Frage aufgeworfen habe: „woher er denn — wenn Prof. Balling wirklich Beobachtungsfehler begangen habe — wüßte, an welchen Punkten solches Statt gefunden?“ und „es wäre ja möglich, daß Hr. Br. sich auch vergriffen, und gerade die verkehrten Zahlen Ballings als Anhaltspunkte seines *Calculs* gewählt, und eben darum die nicht verkehrten Zahlen B's. corrigirt, mithin eine Tabelle zu Stande gebracht hätte, die noch weiter von der Wahrheit abweiche, als die von B. gelieferte?“

Er beschuldigt mich ferner „unter dem Aushängschilder vorgeschützter Wahrheitsliebe schmachvoller, böswilliger Insinuationen.“ Er behauptet endlich: Es sei im vorgeschützten Interesse der Wissenschaft meine Pflicht gewesen, „die Zahlenergebnisse seines *Calculs*, anstatt sie an der Oberfläche zu benagen u., gehörig zu prüfen“ und nimmt zuletzt meine dießfällige Unterlassungssünde als indirecte Bestätigung der Richtigkeit der von ihm gefundenen Zahlen in Anspruch.

Gegen diese Folgerung des Hrn. Br. protestire ich ganz ergebenst, und beantworte die zum Grunde derselben benützte Beschwerde mit Folgendem:

Ich habe bei der ersten Ansicht der Bg'schen Tabelle in den Zahlen derselben zwar das darin vorwaltende Dilatationsgesetz erkannt, aber nicht selbst nachgerechnet

a. weil ich über jene Punkte der Bg'schen Tabelle, an welchen möglicherweise Beobachtungsfehler zu finden sein möchten, eben so unwissend war, wie Hr. Br. selbst; weshalb ich denn auch lernbegierig und ergebenst fragen mußte: woher Hr. Br. solches wisse?

b. weil mir vor einem halben Jahrhundert schon, durch eine sehr derbe Lektion, der gegenüber der großen Natur voreilig auftauchende Corrigirkittel ausgetrieben *) und die Lehre gege-

*) Es war am Anfang des laufenden Jahrhunderts als mir zuerst ein Procenten-Alkoholometer des — in Berlin so sehr verkannten und mißhandelten — großen deutschen Chemikers J. B. Richter in die Hände fiel, und zu meinem großen Erstaunen, in der Probe gegen sich selbst, sich nicht haltig erwies. (Wem es noch nicht bekannt ist, dem bemerke ich hier, daß diese Probe erfolgt: wenn man ein Procenten-Äræometer in die hochgradige

ben wurde: non fingendum, nec excogitandum, nec invenendum, nec ex calculandum, sed devotissime observandum quid natura ferat vel faciat! —

c. weil ich zu wenig von der Mathematik verstehe, um gegenüber solchen Mathematikern in die Schranken treten zu können, die sich als Autoritäten geriren; vielweniger also noch gegen solche Hexenmeister: welche sogar dasjenige, was platterdings unmöglich ist, nicht nur nachzuweisen, sondern auch die Gesetze, die es in seiner Existenz befolgt, mathematisch zu erweisen vermögen**);

d. weil ich endlich mit geizender Sorgfalt den Fleiß meiner letzten Tage nur solchen Beschäftigungen zuwende, die irgend

betreffende Flüssigkeit einsetzt, den Grad des Einsinkens notirt, dann die Flüssigkeit mehrmal mit gleichen Theilen Wasser vermischt und wiederholt die Grade bestimmt; wobei, wie leicht einzusehen, das Äræometer bei jeder Wiederholung des Wasserzuges — wenn die Skala richtig ist, die Hälfte der vorigen Procente zeigen wird.)

Vom regen Feuereifer der kraftvollen Jugend ergriffen, wollte ich daher ergründen, wie solche Fehler dem großen Manne hatten unterlaufen können. Ich opferte fortan alle meine disponible Zeit auf der von meinem hochverehrten Vorgänger betretenen Bahn, indem ich meine Versuche nicht nur auf Mischungen aus Alkohol und Wasser, sondern auch auf jene aus Zinn und Blei, und aus Wasser und Ammoniak, engl. Schwefelsäure, Nordhäuser Schwefelsäure, vollkommene Salpetersäure, rauchende Salpetersäure und Salzsäure ausdehnte, und die gefundenen Größen, nach dem Beispiele meines Vorgängers, welcher bekanntlich auch ein sehr geübter Mathematiker war, durch Wahrscheinlichkeitsrechnung zu berichtigen versuchte.

Zahllose Versuche wurden sonach Jahr aus Jahr ein vorgenommen, gaben aber auch immer wieder Tabellen und darnach construirte Äræometer, die bei der Probe gegen sich selbst sich mangelhaft zeigten, bis ich endlich — nach 11 langen Jahren — entdeckte: daß hier ein eigenes Gesetz, das Dilatationsgesetz vorwalte, und eben darum durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die darnach vorgenommenen Correctionen meine Tabellen und Äræometer fehlerhaft geworden waren.

Mit aller Demuth wiederholte ich daher im 11. Jahre die sämtlichen Versuche von 5 zu 5 Procent, und erlaubte mir bloß, indem ich die gefundenen Zahlen unangestastet ließ, die Interpolation der Zwischengrade, und selbst diese nicht nach gleichen Theilen, sondern — mittelst graphischen Hilfsmitteln — progressiv, und der in den experimentell gefundenen Graden bemerklichen Progression entsprechend: so zwar, daß ich für die Praxis jene Annäherung zur Wahrheit erreichte, die man — mit den zu überwindenden Schwierigkeiten vertraut — vernünftigerweise erwarten kann, und die in meiner Äræometrie zu Tage liegt. — Hr. Br. wird also seinen oben im 8. Absätze geäußerten Zweifel gegen meine Wahrheitsliebe wohl fallen lassen. In dieser Voraussetzung lade ich ihn auch ein, mich in meiner Wohnung zu besuchen, wo ich ihm mit der größten Freundschaft eine solche Masse mühevoller und sehr lehrreicher Arbeiten im Felde der Äræometrie vorlegen werde, wie er sich nie hätte träumen lassen: dieß jedoch nur, wenn er sein Ehrenwort gibt, mich im Anschauen derselben nicht etwa wieder der Lüge zu zeihen, und zu meinen: ich hätte statt 11, 22 Jahre sagen sollen. —

**) Solcher mathematischer Zauberei ist aber Hr. Br. der Erfinder, wie man in seiner 1854 erschienenen (in unfr. Zeitschr. 1855 Nr. 3—4 S. 77 besprochenen) Broschüre S. 15 sich überzeugen kann. — Es haben sich nämlich jene armen Schlucker, die man gewöhnlich Chemiker nennt, eingebildet, 1 Theil Wasser von 14° R. T. könne kaum 3 Theile Zucker auflösen. In einer derselben, Prof. Ba., hat sogar mit allem Fleiße nur so viel Zucker in das Wasser hinein nöthigen können, als notwendig war, um eine Auflösung von 70 Procent Zuckergehalt darzustellen.

Gleichwohl hat aber Hr. Br. in seiner Tabelle auch alle Abstufungen des Zuckergehaltes von 70 bis 100 Procent nicht nur ausgemittelt, sondern sogar auch das Gesetz der Contraction, welches in allen Gliedern von 70 bis 100 Procent vormaltet, mathematisch nachgewiesen. —

Wie solches möglich gewesen? das wird kein Industrieller ergründen: denn Schauder wird ihn erfassen, und zum Ruße hindrängen: Alle guten Geister loben Gott den Herrn! —

einen Gewinn für den Fortschritt im Felde der Wissenschaft in Aussicht stellen, und eben darum meine Zeit nicht an Künste opfern will, die solches zu gewähren nicht vermögen.

Um jedoch dem Hrn. Br. dennoch gerecht zu werden, habe ich einen Dritten, dessen Hauptfach die Mathematik ist, angegangen, die vom Hrn. Br. gelieferte Correction der Balling'schen Tabelle unparteiisch zu controliren, und füge dessen dießfälliges Elaborat am Schlusse dieser Erwiderung als Anhang bei.

Hr. Br. möge aus diesem Elaborat nunmehr ersehen: daß in demselben die Tabelle Bgs. — um unter ein Gesetz gebracht werden zu können — auf der 4. Dezimalstelle für den Umfang bis 55 Prozentgehalt nur zwei Mal corrigirt werden müsse; während er selbst sich für den gleichen Umfang an nicht weniger als 11 Punkten Correcturen erlaubt hat. —

Er möge auch gefälligst einsehen: daß er mithin in der Wahl der Anhaltspunkte für seinen Calcul sich richtig vergriffen, und daher nicht nur dem minder unterrichteten Praktiker die richtige Ansicht verkümmert, sondern sich auch in ungerechter Weise an der Wahrheit und an meiner Ehre versündigt hat. —

Er möge endlich selbst ermitteln: wer von uns beiden — um seiner ästhetischen Redeweise zu folgen — sich in das Revier und die Functionen der Nagethiere verlaufen hat? —

Im 16. bis 19. Absage wird mir höhnend zugemuthet: „entweder eine zu rege Phantasie, oder ein schlaue berechnetes quid pro quo habe mich verleitet, ihn wahrheitswidrig zu beschuldigen: daß er zu Gunsten des Baume'schen Aräometers die Lauge eingelegt habe“ u. s. w.

Die Richtigkeit auch dieser grandios vorgebrachten Klage wird jedoch dem geeigneten Leser klar werden, sobald er sich herbei läßt, die Broschüre des Hrn. Br., insbesondere aber den Titel derselben, dann die Anm. S. 12 (wo das Centesimal-Aräometer Ba.'s mit den gleichtheiligen Aräometern in einen Saß gesteckt wird) und endlich die Tabellen S. 13 u. 17 aufmerksam zu lesen; die doch wohl ganz dazu geeignet sind, den praktischen Industriellen glauben zu machen: er habe nunmehr das untrügliche Mittel in Händen, mit Hilfe des Baume'schen Aräometers alles erfahren zu können, was ihm zu wissen nöthig ist. —

Und sollte dem Leser ja noch ein Zweifel übrig bleiben, so wird auch dieser verschwinden sobald er in der hier besprochenen „Abwehr“ findet, wie Hr. Br. sich (Abschn. 19 B. 3) sogar so weit vergißt zu behaupten: das, was ich den gleichtheiligen Aräometern vorwerfe, auch, und zwar zum Theil in verstärktem Maße, auf die Prozentenaräometer und Dichtigkeitsmesser passe.

Den Grund zu dieser Behauptung hat jedoch Hr. Br. anzugeben unterlassen, weshalb ich dieselbe auch zurückweisen muß. — Ja ich will Hrn. Br. sogar mit einem neuen, hier noch nicht besprochenen Grunde regaliren, um dessentwillen allein schon die Baume'schen Aräometer, den die Procente oder das specif. Gewicht der Flüssigkeiten anzeigenden Aräometern nachstehen müssen. — Dieser Grund tritt nämlich in jenen Fällen hervor, wo der Fabrikant Zweifel hat, und erproben will, ob sein Aräometer richtig zeige?

Der umsichtige Fabrikant wird in solchem Falle, mag sein Aräometer für das spec. Gewicht oder für Procente gradirt sein, nur eine Zuckerauflösung von bestimmtem Zuckergehalt bereiten,

und ihr spec. Gewicht auf der gemeinen Wage ermitteln dürfen; um — ohne Hilfstabellen zu bedürfen, deren Richtigkeit vielleicht gleichfalls zweifelhaft ist — durch Einsenkung seiner Aräometer in diese Flüssigkeit, auch die Richtigkeit derselben erproben zu können.

Schlimmer ist aber jedenfalls der Besizer eines Baume'schen Aräometers daran, weil den Gradn seiner Scala willkürlich angenommene und ihm unbekannte Werthe unterlegt worden sind, die er nur erst in der Hilfstabelle eines Dritten erfragen kann. Und wenn ihm auch diese zweifelhaft erscheint, so wird er endlich dennoch genöthigt werden, den vorhin angezeigten Weg einzuschlagen, um mit eigener Ueberzeugung zu erfahren, woran er ist. — Er befindet sich also mit einem Worte in derselben Lage, wie der Besizer einer Uhr mit hieroglyphischen Stundenzeichen; die er — so oft er die wahre Zeit wissen möchte, sich merken und bei seinem Vetter im dritten Hause um ihre Bedeutung nachfragen muß, der ihn aber — wenn er ein loser Vogel ist — immer noch zum Besten halten kann.

Im 20. Abschnitte der „Abwehr“ endlich finde ich einige so auffallende Aeußerungen des Hrn. Br., wie sie sich nach dem ganzen vorausgegangenen Inhalte derselben kaum hätten erwarten lassen.

α. Er behauptet, es sei ihm nie eingefallen, das Baume'sche Aräometer zu empfehlen.

Was hierüber zu denken ist überlasse ich dem Leser — mit Hinsicht auf den Absatz 19 zu ergründen. — Aber wenn, was Hr. Br. am Schlusse des 19. Absatzes angeführt hat, wahr ist, so hätte er es ja eben empfehlen sollen? —

β. Er behauptet ferner: das Baume'sche Aräometer sei bei allen chemischen Gewerben so allgemein im Gebrauche, daß seine Empfehlung desselben eben so zu spät gekommen sein würde, als meine dagegen gerichteten Declamationen und Verdikte vom Dreifuße selbstgefälligen Schwulstes herab. —

Mit diesem allerdings sehr schwülstigen Orakelspruche bin ich jedoch nicht einverstanden: weil aus meinen Vorlesungen viele Hunderte von Zuhörern — ohne Schwulst und Dreifuß — so wohl unterrichtet ins praktische Leben der österreichischen und auswärtigen Industrie übergegangen sind, daß sie sich gewiß nicht mehr mit Baume's unsichern Gradn werden abfertigen lassen. — Angenommen jedoch, dem sei nicht so, so folgt daraus noch keinesweges, daß ein Mann der Wissenschaft solchem Uebelstande fröhnen soll: es ist vielmehr seine Pflicht, dem alten Köhlerglauben nur um so beharrlicher entgegen zu treten.

γ. Er erklärt sich ferner: „mit mir — wenn auch aus andern (hier jedoch nicht angegebenen) Gründen — darin einverstanden: daß es der Rübenzucker-Industrie jedenfalls nur zum Nutzen gereichen könne, wenn statt des Baume'schen, ein Prozenten-Aräometer eingeführt würde.“

Gi, sieh doch! ist das Ernst oder ein loser Scherz? — und wenn es etwa Ernst ist: wozu dann die ganze Broschüre, und wozu das ganze sophistische Zappeln in der grandiosen Abwehr?

δ. Er stellt endlich diese Einführung des Prozenten-Aräometers in nahe Aussicht, „weil dazu von einem unserer (?) intelligentesten Fabrikbesitzer der Anstoß gegeben worden sei“ u. s. w.

Was soll man nun — da man weiß, daß ein solcher Anstoß längst schon von unserm (österreichischen) Balling gegeben

wurde, und dessen Prozenten-Aräometer auch bereits an vielen Orten in Anwendung ist — von diesem Anstoße des Zweiten denken? — — — Wahrlich! man könnte — wenn nicht so viele Beweise für die Wahrheitsliebe des Hrn. Br. vorlägen — zu der sonderbaren Vermuthung verleitet werden: daß die Broschüre desselben sammt der „Abwehr“ nichts anderes seien, als der Johannes des in Berlin zu erwartenden neuen — natürlich auch correcten — Prozenten-Aräometers; und dieses nur um so mehr, als solche vorausgesandete Johanneesse leider nur zu sehr an der Tagesordnung sind.

Ich schließe diese wahrhaftig auch mir sehr unerquickliche Replik mit der Versicherung: daß ich mich im Dienste der Wahrheit nur deshalb zu ihrer zeitraubenden Abfassung herbeigelassen habe, weil ich die Größe des enormen Schadens kenne, welchen die Anwendung des Baumes'schen Aräometers bis auf unsere Zeit herauf, der Industrie zugefügt hat.

Möge Hr. Br. sich nun mit seinem Gewissen abfinden, über seine so oft wiederholten Versuche, meine Moralität zu beschmutzen.

Möge er auch nie wieder in übereilter Weise vergessen: daß der mathematische Pegasus — re vera — ein gar sehr hartmüthiger Gaul ist, der, vermöge seinem specifischen Naturell — wenn er verkehrt aufgezümt wird — seinen voreiligen Reiter, sollte er sich auch zur Noth bis dahin im Sattel erhalten, doch wenigstens — nolens volens — in der Sackgasse abladet. P. T. Meißner.

Hierzu gehörig folgen nachstehend die oben angezogenen

Betrachtungen über die quantitativen Verhältnisse zwischen den verschiedenen Prozent-Gehalten und den ihnen zukommenden Dichten bei Zuckerlösungen, auf Grundlage der Versuche Prof. Balling's mit Hinblick auf das durch Hrn. A. Brir aufgestellte Gesetz für diese.

Die Aufgabe, die Hr. Br. bei der im Vorstehenden besprochenen Abhandlung sich setzte, war offenbar: aus den Balling'schen Versuchen das Gesetz zu ermitteln, welchem die Dichten und Volumeänderungen der Lösungen aus reinem Zucker und reinem Wasser folgen, um durch eine Formel aus den Prozentgehalten an Zucker auf die Dichten und umgekehrt schließen, und für jede Angabe des einen Elementes das andere jederzeit berechnen zu können, und zugleich die Balling'schen Versuche von Beobachtungsfehlern zu befreien.

Er setzt das specifische Gewicht des Zuckers s , dessen Antheil in der Lösung dem Gewichte nach x und also dem Volumen nach $\frac{x}{s}$; das specifische Gewicht des Wassers 1, dessen Antheil in der Lösung beziehungsweise $100 - x$ und $\frac{100 - x}{1}$, während die Lösung die specifische Schwere σ , deren Gewicht 100 und Volumen $\frac{100}{\sigma}$ ohne Raumänderung und mit Rücksicht auf diese $\frac{100}{\sigma} + v$ sein soll, wo v die Aenderung des Volumens in Folge der Mischung; er stellt somit seine Gleichung

$$(II) \quad \frac{x}{s} + \frac{100 - x}{1} = \frac{100}{\sigma} + v$$

auf. Zur Bestimmung der Abhängigkeit zwischen v und x sagt Hr. Br., er habe durch vorläufige Berechnungen sich überzeugt, man müsse für v bis zur dritten Potenz von x gehen, und setzt

$$(III) \quad v = ax + bx^2 + cx^3,$$

wo a , b und c constante Factoren sind, und so beschaffen sein müssen, daß für $x = 100$ $v = 0$, also

$$3. \quad a + 100 \cdot b + 10\,000 \cdot c = 0 \text{ wird.}$$

Die Verbindung von II mit III gibt

$$\frac{x}{s} + \frac{100 - x}{1} = \frac{100}{\sigma} + ax + bx^2 + cx^3 \text{ oder}$$

$$100 \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma} = \left(a + \frac{s - 1}{s}\right)x + bx^2 + cx^3,$$

welchem durch die Hilfsgrößen

$$4. \quad 100 \frac{\sigma - 1}{\sigma} = F \text{ und}$$

$$5. \quad a + \frac{s - 1}{s} = A$$

die einfachere Form

$$(IV) \quad F = Ax + Bx^2 + Cx^3$$

gegeben wird, wobei B und C mit b und c identisch sind. Er schließt weiters: Sind A , B und C ermittelt, so läßt sich aus (IV) F und aus 4 dann

$$6. \quad \sigma = \frac{100}{100 - F}$$

berechnen. Diese letztern berechneten Werthe „müßten mit den von Balling auf dem Wege des Experiments gefundenen übereinstimmen, widrigenfalls die sich zeigenden Abweichungen als Beobachtungsfehler zu betrachten sind.“ Dann heißt es ferner:

„Das in Anwendung zu bringende Verfahren zur numerischen Bestimmung jener noch fraglichen Factoren A , B , C besteht nun darin, für diese Größen solche Werthe zu ermitteln, welche die Summe der Quadrate aller Beobachtungsfehler zu einem Minimum machen. Dieses Verfahren, bekannt unter dem Namen der Methode der kleinsten Quadrate, ist als die schönste Frucht der sogen. Wahrscheinlichkeitsrechnung zu betrachten und für alle Erfahrungswissenschaften von der äußersten Wichtigkeit“ u. s. w. Auf diesem angedeuteten Wege wird gefunden:

$$7. \quad A = 0.386\,963\,588\,1$$

$$8. \quad B = -0.000\,083\,612\,9 \text{ auch } = b$$

$$9. \quad C = -0.000\,002\,051\,34 \text{ auch } = c$$

und somit die Gleichung

$$(V) \quad F = 0.386\,963\,6 \cdot x - 0.000\,083\,613 \cdot x^2 - 0.000\,002\,051\,3 \cdot x^3.$$

Aus der Verbindung von 4. mit 7. und mit 3. folgt:

$$13. \quad a = 0.028\,874\,70$$

$$14. \quad \frac{s - 1}{s} = 0.358\,088\,89 \text{ mithin}$$

$$15. \quad s = 1.557\,848$$

und endlich für die Raumänderung

$$(VI) \quad v = 0.028\,874\,7 \cdot x - 0.000\,083\,613 \cdot x^2 - 0.000\,002\,051\,3 \cdot x^3.$$

Der Vorwurf, Hr. Br. habe die Balling'schen Versuche mit dem Vorsatze einer Betrachtung unterzogen, wie es doch seine eigenen angeführten Worte (nach der Gleichung 6) darthun, um sie auf dem unfehlbaren Wege des mathematischen Calculs zu verbessern und sicher zu stellen, hat ihn ungemein aufgeregt. Es wird also die Frage billig, ob an Balling's physikalischen Versuchen mathematisch etwas zu verbessern ist, und ob Hr. Br. durch seine Rechnung etwas verbessert habe? ob die in der gegebenen Tafel ausgewiesenen Fehler $\sigma - \sigma'$ Balling oder Brir zur Last fallen? und wie viel Prof. Meißner von seinem Vorwurfe zur Verantwortung bleibt?

Vorläufig die Balling'schen Versuche als unverbesserlich vorausgesetzt, wurden diese, ohne Anwendung des angerühmten Verfahrens mit Hilfe der kleinsten Quadrate, unverändert zu Grunde gelegt, und auf eine ganz einfache gewöhn-

liche, wenn gleich durch die viele Ziffer-Rechnerei sehr mühsame, Weise für die Hilfszahl F die Gleichung:

$$(VII) F = 0.398\,652\,103\,8x - 0.001\,495\,915\,351\,x^2 \\ + 0.000\,053\,841\,402\,54\,x^3 - 0.000\,000\,895\,501\,61\,x^4 \\ + 0.000\,000\,005\,023\,838\,x^5 \text{ gefunden.}$$

In der nachstehenden Tabelle sind die Werthe der Hilfsgröße F für alle x der Balling'schen Versuche aus diesen selbst abgeleitet, so wie nach unserer Rechnung und nach jener von Hrn. Br. und ihr Vergleich zusammen gestellt:

a	b	c	d	e	f	g
Prozentgehalt x	Hilfsgröße F			Vergleich der Rubriken b, c und d		
	aus den Beobachtungen gerechnet	nach Briz Gleichung (V)	nach unserer Rechnung Gleichung (VII)	gegen die Beobachtung erfordert unsere Rechnung die Correct.	Fehler des Hrn. Briz gegen die Beobachtung	gegen unsere Rechnung
0	0	0	0	0	0	0
1	0.398 406	0.386 88	0.397 209	+0.001 197	+0.011 53	+0.010 33
5	1.960 784	1.932 47	1.962 133	-0.001 349	+0.028 31	+0.029 65
10	3.883 122	3.859 22	3.882 318	+0.000 804	+0.023 90	+0.023 10
15	5.784 813	5.778 72	5.783 599	+0.001 213	+0.006 09	+0.004 88
20	7.680 945	7.689 42	7.678 203	+0.002 742	-0.008 47	-0.011 22
25	9.575 908	9.589 78	9.571 553	+0.004 355	-0.003 87	-0.018 23
30	11.465 250	11.478 27	11.463 680	+0.001 570	-0.013 02	-0.014 59
35	13.344 887	13.353 35	13.348 717	-0.003 829	-0.008 46	-0.004 63
40	15.211 124	15.213 48	15.220 426	-0.009 302	+0.002 36	+0.006 95
45	17.060 629	17.057 12	17.071 196	-0.010 567	+0.003 51	+0.014 08
50	18.890 421	18.882 74	18.896 054	-0.005 633	+0.007 68	+0.018 31
55	20.697 859	20.688 78	20.692 631	+0.005 178	+0.009 08	+0.003 90
60	22.480 620	22.473 73	22.464 410	+0.016 210	+0.006 89	-0.009 32
65	24.236 685	24.236 03	24.222 235	+0.014 449	+0.000 65	+0.013 80
70	25.964 352	25.974 15	25.985 834	-0.021 482	-0.009 80	+0.011 63
Summe der Differenzen				-0.004 444	+0.056 38	+0.073 64
Summe aus den Fehlergrößen				0.099 880	0.143 62	0.189 62

Zur übersichtlichen Beurtheilung des angeforderten gesetzmäßigen Fortschreitens der Zahlen in den Rubriken b, c und d wollen wir jede Zahl mit 5 Decimalstellen in Betracht nehmen und ohne Rücksicht auf den gemeinschaftlichen Decimal-Nenner die zweiten Differenzen bilden; die gleichnamigen Glieder unter einander stellend, erhalten wir folgende dreifache Zahlenreihe:

	a	b	c	d	e	f	g	h
für b:	+ 116 397	+ 35 996	- 2 065	- 556	- 117	- 562	- 971	- 1 341
" c:	+ 115 871	+ 38 116	- 725	- 880	- 1034	- 1187	- 1341	- 1 495
" d:	+ 116 771	+ 35 525	- 1 890	- 668	- 125	- 122	- 709	- 1 333
	i	j	k	l	m	n	o	
für b...	- 1 672	- 1 971	- 2 235	- 2 468	- 2 670	- 2 840		
" c...	- 1 649	- 1 802	- 1 958	- 2 109	- 2 265	- 2 418		
" d...	- 2 094	- 2 591	- 2 823	- 2 490	- 1 390	+ 577		

Der Vergleich der Reihe c des Hrn. Br. mit jener b aus Prof. Ballings Versuchen zeigt, daß der große Aufwand der kostbarsten Correctionsmethoden das factisch obwaltende Gesetz in der That geändert habe, und daß Balling's Versuche dadurch nicht verbessert werden können; nach dem Vergleiche von d mit b ist wohl, auch ohne vorgenommene **Correctionen**, dem Gesetze in dem Umfange der ganzen Versuchsreihe nicht Genüge geleistet; dennoch aber liegt das kleinste Glied der Differenz-Reihe nach unserer Rechnung (d) in f mit 122, während nach den Versuchen (b) diese wenig verrückt und geändert in e mit 117 liegt; wogegen nach Br. in (c) dieses kleinste Glied der Differenz-Reihe schon in e zu liegen kommt und 725, also mehr als um das 6-fache zu groß ist. Ueberhaupt sind gegen die Versuchsergebnisse in (b) die mittleren Glieder in c, d, e, f und g nach Br. in (c) sehr **abweichend**, während jene unserer Rechnung in (d) mit erstern sehr nahe stimmen; weiters fällt aus den übrigen unser h und m in (d) und Br. i in (c) sehr genau mit jenen der Reihe (b) zusammen, während alle zwischenliegenden mehr und weniger, die beiden letzten Glieder unserer Rechnung aber am stärksten sich abweichend zeigen. Im Ganzen zusammengefaßt entspricht, mit Ausschluß des letzten Gliedes, dennoch unser ohne Correctionen aufgestelltes Gesetz besser als jenes

nach der vorzüglichsten Correctionsmethode mittelst der kleinsten Quadrate; ja Hrn. Br. analytische Darstellung kann überhaupt dem durch die experimentirten vorliegenden Zahlen σ (die erhobenen specifischen Gewichte der Zuckerslösungen) ausgesprochenen Gesetze der Functionsform nach a priori nicht entsprechen, weil diese (σ) sich wenigstens zur dritten Ordnung gehörig manifestiren und die bisher betrachtete Hilfsgröße F, den Faktor $\frac{\sigma - 1}{\sigma}$ führend, nicht auch

nur vom dritten Grade sein kann. — Hrn. Br. Funktion kann um so weniger den Zahlen F genügen, als unsere Funktion des 5. Grades es nicht einmal vermag. Dieser große und doch fruchtlose mathematische Apparat zur Darstellung dieser wenigen physikalischen Angaben in Beziehung auf die Einfachheit der Gesetze, welchen die Natur nach so vielen, dem menschlichen Forschungsgeiste dargebotenen Ueberzeugungen folgt, und auf die Schmiegsamkeit der heutigen mathematischen Analysis nöthiget uns in der That für solche Angelegenheiten, wie die vorliegende, zur geduldrigen Sinnahme des von Prof. Meißner gegebenen Bildes, nämlich jenes des treppenförmigen Zahlensystems. Aus dem bisher Betrachteten können wir aber dennoch entnehmen, daß man auf diesem Wege die Absicht völlig erreichen wird, wenn man zur Bestimmung der Coefficienten bei Aufstellung der Bedingungsbedingungen nicht über 50 Prozentgehalt hinausgeht, und für die höheren Prozentgehalte eine besondere Formel sucht. Dies kann um so weniger befremden, als man in einer ganz ähnlichen Angelegenheit, bei der mathematisch analytischen Darstellung der dynamisch-physikalischen Eigenschaften des Dampfes (eben auch einer Verbindung und Auflösung nämlich des Wassers mit und in Wärmestoff) seit jeher zu einem gleichen Vorgange genöthiget war und noch ist u. s. w.

Die übrigen Columnen e, f und g der obigen Tafel betreffend ist die Summe der Fehler-Werthe nach unserer Rechnung von jener nach Br. nur nahe $\frac{3}{4}$, obwohl in unserer Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate **gar keine** Correctionen weder an den Beobachtungen selbst, noch an den aus ihnen berechneten Hilfsgrößen vorgenommen worden sind. Eben auch günstiger stellt sich die Summe der Fehler, diese als unabhängige Größen ohne Rücksicht auf ihre Qualität betrachtet, nach unserer Rechnung gegen jene Hrn. Br., aber doch nur beiläufig 0.69mal kleiner dar; nichts desto weniger sind aber die Fehler einzeln dem Verhältnisse nach mit Ausschluß der beiden letzten, doch durchgehends kleiner, wie nachstehende Uebersicht ersehen läßt:

	h	i	k	l
Prozentgehalt x	Fehler auf je 100 Einheiten			
	unserer Rechnung gegen die Beobacht.	nach Briz gegen die Beobachtung	nach Briz gegen unsere Rechnung	
0	0	0	0	
1	0.300	2.894	2.602	
5	0.687	1.444	1.511	
10	0.020	0.615	0.569	
15	0.020	0.105	0.084	
20	0.035	0.110	0.146	
25	0.445	0.040	0.190	
30	0.013	0.113	0.127	
35	0.028	0.063	0.033	
40	0.061	0.015	0.046	
45	0.006	0.021	0.082	
50	0.029	0.041	0.070	
55	0.024	0.044	0.019	
60	0.007	0.031	0.041	
65	0.059	0.003	0.057	
70	0.082	0.038	0.045	

In keinem Falle erreicht die Abweichung nach unserer Rechnung in 10·7 auf 100, während nach Br. in k der Fehler für 1 und 5 Prozent Gehalt nahe 3 und 1·5 auf 100 ist, und man sieht abermals, daß die von Br. befolgte Rechnungsanlage sammt der Correction nach der Methode der Summe der kleinsten Quadrate vorzüglich nur die größeren Dichtigkeiten günstiger stellte, zugleich aber das Fortschreiten der Zahlen nach dem naturgemäßen Gesetze offenbar in etwas störte; wie es auch nach der ersten Tabelle sich ergab. Dies bet den Hilfsgrößen; sehen wir welchen Einfluß es auf die fraglichen Dichten hatte!

Diese berechnen sich aus der Gleichung (6.) und wir tragen die durch beiderseitige Rechnungen sich ergebenden Resultate mit jenen auf dem Wege des Experimentes gefundenen zur Uebersicht in folgende Tafel zusammen:

Prozent-Gehalte x	Dichten für die vorstehenden Prozent-Gehalte und deren Abweichungen					
	nach Balling's Beobachtung	nach Brig. Rechn. Gleichung V und 6	nach unserer Rechn. Gleichung VII und 6	Erforderliche Correction		
				unserer Rechn. gegen die Beobachtung	Brig. Rechn. gegen die Beobachtung	gegen unsere Rechn.
0	1·000 0	1·000 0	1·000 00	0·000 00	0	0
1	1·004 0	1·003 9	1·003 99	+0·000 01	+0·000 10	+0·000 09
5	1·020 0	1·019 7	1·020 01	-0·000 01	+0·000 30	+0·000 31
10	1·040 4	1·040 1	1·040 39	+0·000 01	+0·000 30	+0·000 29
15	1·061 4	1·061 3	1·061 38	+0·000 02	+0·000 10	+0·000 08
20	1·083 2	1·083 3	1·083 17	+0·000 03	-0·000 10	-0·000 13
25	1·105 9	1·106 1	1·105 85	+0·000 05	-0·000 20	-0·000 25
30	1·129 5	1·129 7	1·129 48	+0·000 02	-0·000 20	-0·000 22
35	1·154 0	1·154 1	1·154 05	-0·000 05	-0·000 10	-0·000 05
40	1·179 4	1·179 4	1·179 53	-0·000 13	0	-0·000 13
45	1·205 7	1·205 6	1·205 85	-0·000 15	+0·000 10	+0·000 25
50	1·232 9	1·232 8	1·232 99	-0·000 09	+0·000 10	+0·000 19
55	1·261 0	1·260 9	1·260 92	+0·000 08	+0·000 10	+0·000 02
60	1·290 0	1·289 9	1·289 73	+0·000 27	+0·000 10	-0·000 17
65	1·319 9	1·319 9	1·319 65	+0·000 25	0	-0·000 25
70	1·350 7	1·350 9	1·351 09	-0·000 39	-0·000 20	+0·000 19
Summe der Fehler-Werthe				-0·000 08	+0·000 40	+0·000 27
" " Fehler-Größen				0·001 56	0·002 00	0·002 57

War auch unsere zu Grund gelegte Function nicht fähig, die Werthe der Hilfsgröße F in der ersten Tabelle denen den Experimenten zukommenden der Anforderung gemäß vollkommen gleich wieder zu geben, so erweist sie sich für die Darstellung der Werthe der specifischen Gewichte viel befriedigender; denn ein Blick auf vorstehende Zusammenstellung erweist unser aus den Versuchsgrößen ohne alles Corrigiren abgeleitetes Gesetz dem in den Versuchsergebnissen enthaltenen völlig entsprechend und, besonders mit Ausschluß der letzten drei Angaben, mit diesen so genau übereinstimmend, wie nur immer von Messungen oder Beobachtungen und der Uebertragung einzelner Erfahrungswerte in die mathematisch-analytische Zeichensprache zu ihrer Verallgemeinerung erwartet werden kann; dagegen das durch Correctionen (nach der besten Methode der kleinsten Quadrate) aufgestellte, wenn auch für den praktischen Gebrauch zur Beurtheilung der Dichten genügend, doch in Hinblick auf die Erfahrungswerte in seinen Angaben weniger genau und in Bezug auf Gesetzmäßigkeit selbst fehlerhafter; erweist ferner die Balling'schen Versuchsergebnisse vollkommen genau — keine Verbesserung bedöthigend, und, weil nur die Beobachtungen bei $x = 40$ und 45 Prozent-Gehalt in der fünften Decimalstelle um 13 und 15 Einheiten kleiner sind als das durch die übrigen aus-

gesprochene Gesetz verlangt, diese einzigen Beobachtungen nicht mathematisch genau; folglich gerade jene fehlerhaft, die Hr. Br. für vollkommen erklärt, und umgekehrt sind die Beobachtungen für 5 und 10 Prozent vollkommen genau, denen Hr. Br. die größte Abweichung vorwirft; und somit verdienen Balling's Versuche nicht blos einen „hohen Grad von Vertrauen,“ sondern ganz unbedingtes Vertrauen.

Selbst auch die Fehler der, von uns hier ausgeschlossenen, drei letzten Angaben unserer Rechnung liegen noch innerhalb, ja ohne die letzte sogar unter der Fehlergrenze in Br. Rechnung; und liegen noch nebstdem an der äußersten Grenze. — — —

Aus diesen Betrachtungen gehet auch von selbst die Unrichtigkeit der angehängten großen Tafeln für die einzelnen Prozenten-Gehalte hervor, deren einzelne Angaben für die Dichten oder specifischen Gewichte zwischen 0·000 1 und 0·000 3 von dem wahren, durch die Versuchsdaten ausgesprochenen Werthe abweichen müssen. So wie dann auch alle Angaben der übrigen Columnen je nach dem Einflusse mehr und weniger unrichtig sind. Das gleiche Schicksal trifft dann auch dessen zweite angehängte große Tafel als einer aus der vorgehenden gefolgerten.

Die gute Lehre, daß man Mathematik nicht weiter brauchen soll als sie ausreichen kann; daß man von ihr nicht mehr fordern soll als sie leisten kann; und daß man die gefeiertsten und selbst neuesten Methoden nur mit Umsicht anwenden soll, um nicht unter dem Glanze der erhabenen und unfehlbaren mathematischen Wissenschaft den guten Glauben Anderer mit bitterer Täuschung zu lohnen, trifft Hrn. Brig. leider nicht ungerecht; denn während nach Hrn. Br. (siehe 2. seiner Abwehr, S. 318 uns. Zeitsch.) Prof. Balling's Versuche nur in 3 Fällen mit der Formel vollkommen stimmen und in 13 Fällen eine Differenz geben, stimmen sie nach dem von uns aufgestellten Gesetze, auch nur vier Decimalstellen beachtend, in 11 Fällen vollkommen und weichen, mit Ausschluß der drei letzten Angaben, nur in 2 Fällen unbedeutend ab.

Wie übrigens eine allgemein bessere Uebereinstimmung und die Vermeidung der Abweichungen für die höhern Prozentgehalte ohne Correctionen zu erzielen sei, ist bereits Oben erwähnt.

Um zur Kenntniß der noch übrigen Größen für unser aufgestelltes, mit den Balling'schen Versuchen vollkommen übereinstimmendes Gesetz zu gelangen, gibt nach bekanntem A die Verbindung der Gleichungen 5 und 3 den Factor:

$$a = 0·004\ 295\ 320$$

und das specifische Gewicht des Zuckers, dessen sich Prof. Balling bei seinen Versuchen bediente:

$$s = 1·65114,$$

wogegen Hr. Br. dieses aus seiner Rechnung mit 1·5577848 viel zu klein findet. Unser Resultat stimmt mit der Angabe Balling's (siehe dessen Gährungschemie, 2. Auflage, I. Bd. I. Theil, S. 98), wonach die specifische Schwere des Zuckers mit Einbeziehung seines Wassergehaltes 1·6065 ist, vollkommen überein, wenn man bedenkt, daß in der Lösung mit Wasser der Wassergehalt des Zuckers aus der Messung und daher auch aus der Berechnung entfällt, folglich nur wasserfreier, also dichter Zucker in die Betrachtung kommt; nach unserem Resultate würden aus der specifischen Schwere 0·04464 dem Wassergehalte zugehen.

Also auch hier zeigen sich die Correctionen von üblen Folgen begleitet.

Die Gleichung für die Raumbänderung wird endlich:

$$v = 0.004\,295\,320 \cdot x - 0.001\,495\,915\,351 \cdot x^2 \\ + 0.000\,053\,841\,402\,54 \cdot x^3 - 0.000\,000\,895\,501\,61 \cdot x^4 \\ + 0.000\,000\,005\,023\,888 \cdot x^5.$$

Dieser Gleichung für v zufolge würde die größte Zusammenziehung nicht, wie nach Hrn. Br., bei $x = 56.25\%$, sondern sehr nahe bei $x = 81\%$ Statt finden, also an der Grenze der Uebersättigung, welche vor $x = 75\%$ beginnt; oder an der Grenze, wo die flüssige Mischung in die feste Form zu übergehen anfängt, was auch für diese Erscheinungen angemessen ist, wie z. B. beim Wasser. Schon dieser Umstand kann Zweifel in die Richtigkeit der Resultate des Hrn. Br. werfen, da nach diesen den bisher beobachteten Verhalten der Körper bei ihrem Uebergange aus dem flüssigen Zustande in den festen, sobald diese vor ihrem Festwerden eine Verdichtung erleiden, die größte Verdichtung (bei 56.25%) zu entfernt vor dem Uebergange in die feste Form läge. Unsere Bestimmung ist jedoch aus der nur für die niedern Procentgehalte giltigen Function entnommen und fällt über diese Grenze weit hinaus, unfehlbar würde eine andere, und richtigere, Bestimmung erhalten, wenn nach unserm früheren Vorschlage für die höheren Procentgehalte eine eigene Function aufgestellt und aus dieser jener Werth für das Maximum gefolgert würde. Wir glauben jedoch mit dem Gesagten unserer speciellen Aufgabe genügt zu haben.

Noch sind wir für jene Columnen unserer gegebenen Tafeln, die mit Fehler überschrieben sind, eine Rechtfertigung schuldig. Selbstverständlich ist die naturhistorische oder chemische Eigenschaft der Stoffe, nach welcher sie energische Verbindungen mit einander eingehen und hierbei für unsere Sinne neue eigenthümliche von ihren Zusammsetzenden ganz verschiedene Körper bilden, kein Gegenstand mathematischer Betrachtungen; die Belehrung über diese Erscheinungen kann nur auf dem Wege des Experimentes gesucht und vollendet werden:

allein, wie eben das Betrachtete als Beispiel vorliegt, ist selbst, abgesehen vom raumerfüllenden Stoffe, das Meßbare an ihnen (das absolute Gewicht etwa ausgenommen) nicht unbedingt oder unmittelbar Gegenstand des mathematischen Calculs, weil sie mit einander in inniger Berührung nicht mehr jenen Raum erfüllen, den sie vor ihrer Verbindung einnahmen, daher auch nicht die mittlere Dichte haben. Wir sind also zur Erkenntniß selbst dieses allgemeinen Attributes der Stoffe auf die Erfahrung angewiesen; und wir müssen der Antwort, die uns die befragte Natur diesfalls gibt, als der einzig erreichbaren unbedingt unser Vertrauen schenken, wenn uns nicht vorgefallene Unrichtigkeiten während der Erforschung absolut bekannt sind. Wir müssen also die aus der Natur eingeholten Angaben allein als die wahren, als die richtigen ansehen; und haben wir nach einer größern Anzahl gegebener Erfahrungssätze auf mathematisch-analytischem Wege das betreffende Gesetz ermittelt, dem sie bei der Raumerfüllung folgen, so ist dieses nur dann als richtig anzusehen, wenn es in der numerischen Benützung umgekehrt die Erfahrungssätze genau wieder gibt; im entgegengesetzten Falle ist das aufgestellte Gesetz, je nach den erhaltenen Abweichungen, nur annähernd mehr oder weniger entsprechend aufgefunden. Stimmt die Mehrzahl der Rechnungsergebnisse mit der Erfahrung theils vollkommen, theils sehr nahe zusammen und weicht von dieser bei Weitem nur die Minderzahl ab, dann erst können wir den Fehler in den Erhebungen voraussetzen. Daher die gedachten Ueberschriften.

Schließlich wird jeder ohne weitere Beweise einsehen, welche bedeutend abweichenden Bestimmungen für die Volumsänderungen in Hrn. Br. hierfür angehängten Tafeln sich ergeben müssen, wenn diese statt mit $s = 1.55778$ nach Br. mit unserm richtigeren $s = 1.65114$ neu berechnet würden.

Eduard Schmidl.

U e b e r s i c h t

der in Oesterreich im Laufe des Jahres 1855 theils neu verliehenen, theils verlängerten k. k. ausschließenden Privilegien.

Fort- lau- fende Num- mer.	Name und Wohnort des Privilegiumsträgers.	Gegenstand des Privilegiums.	Datum der Privile- giums- Urkunde.	Dauer des Privile- giums bis zum glei- chen Tage des Jahres.
444	Bigoureux Jac. Stanislaus, Fabrikant zu Reims in Frankreich (durch Fr. K. von Derpowsky in Wien).	Erfindung einer eigenthümlichen auf alle Stoffe anwendbaren Druckmethode.	24. April	1800 55—56.
445	de Bergue Charles, in London (durch A. Heinrich, Sekretär des n. ö. Gewerbevereins in Wien).	Mechanismus, der bei Schiffen als Propulsor anstatt der gewöhnlichen Schaufelräder und sonst auch zur Bewegung des Wassers und anderer Flüssigkeiten anstatt der Pumpenapparate verwendet werden könne.	24. April	55—56.
446	Kopecki Rud., Chemiker und Hausbesitzer in Lemberg.	Aus dem Lemberger Kreidenmergel (Opoka) einen künstlichen hydraulischen Kalk darzustellen.	25. April	55—57.
447	Siemens Werner, Fabrikbesitzer in Berlin (durch G. Lub. Meißner, k. k. Inspector in Wien).	Apparat, welcher als rotirende Kraftmaschine, als Saug- u. Druckpumpe u. verwendet werden könne.	25. April	55—58.
448	John Sigmund, technischer Director in Wien.	Anwendung des Naturgesetzes des Capillar-Systems, mittelst aus was immer für Stoffen gefertigten Geweben eine gleichmäßige Auflösung durch Wasser mit unterlegten Schaf- und Baumwollscheiben hervorzubringen, und selbe namentlich für das Weißmachen oder sogenannte Decken des Zuckers, Salpeters und anderer Salze zu benützen.	25. April	55—56.
449	Lilghmann Rich. Alb., aus Philadelphia (durch Fr. K. von Derpowsky in Wien.)	Bereitung der fetten und ölichten Körper zum Behufe der Seifen-, Kerzen- und Glycerin-Erzeugung.	27. April	55—56.
Verlängerte Privilegien.				
450	K. k. priv. Willy-Kerzen-Fabriks-Actien-Gesellschaft in Wien.	Verfahren und Apparat, um alle Gattungen Fett ohne Verlust zu destilliren.	14. Oct.	53—58.

Fort- lau- fende Num- mer.	Name und Wohnort des Privilegiumsträgers.	Gegenstand des Privilegiums.	Datum der Privile- giums- Urkunde.	Dauer des Privile- giums bis zum glei- chen Tage des Jahres.
451	Farina Johann Maria.	Verbesserung des sogenannten kölnischen Wassers, durch Zusatz einer bisher nicht dazu verwendeten Blüte.	5. April	1800 54—56.
452	Niemerschied Anton.	Erfindung und Verbesserung in der Weingeist-Entfäulung.	18. März	50—56.
453	Rousseau Johann.	Erfindung eines neuen Verfahrens in der Extraction und Fabrikation des Zuckers.	20. April	50—56.
454	Derselbe.	Verbesserung eben dieser unterm 20. April 1850 privilegirten Erfindung.	4. Jan.	51—57.
455	Pichler Anton.	Verbesserung im Schwarzfärben aller Gattungen Filzhüte.	25. Febr.	52—56.
456	Strivan Johann.	Filz- und Seidenfelber-Filzhüte auf eine besondere Art mit einem Schweifleder auszustatten.	30. März	50—56.
457	Carstensen Nikolai.	Verbesserung in der Construction der Nähmaschinen.	15. März	53—56.
458	Bianchi Barthélemy Urbain.	Erfindung eines Systems von Vorkehrungen gegen Unglücksfälle auf Eisenbahnen.	18. April	54—56.
459	Mayer Johann.	Erfindung von Wasser-Closets.	2. Juni	50—56.
460	Wamberra Daniel.	Verbesserung der unterm 5. Jänner 1854 privilegirten Maschine, welche im stehenden Wasser in Gang und Trieb zu setzen ist.	20. März	54—56.
461	Etsche Joseph.	Verbesserungen an den Maschinen zur Verfertigung von Schrauben, Bolzen, Nieten und derartigen Artikeln.	8. April	54—56.
462	Mauczka Franz (zur Hälfte an Jul. u. Karol. Brugberger übertragen).	Erfindung von Vorrichtungen für Ankündigungen u. Kundmachungen.	28. Juni	47—57.
463	Frömmel Joh. und Ludm. (ursprünglich Carl Ruskhe.)	Entdeckung und Verbesserung in der Fabrikation von Filz- und Seidenhüten.	24. März	54—56.
464	Stribl Theresia Edle von Alpenau (ursprünglich Felix Freysauff von Neudegg.)	Durch eine mechanische portative Vorrichtung das Schwimm- und Tragvermögen eines jeden Körpers auf dem Wasser beliebig zu steigern.	13. März	54—56.
465	Labbez Jean Louis David.	Erfindung eines Verfahrens im Koppen gewebter wollener Tücher mittelst des sogenannten Koppflamms.	2. April	54—56.
466	Reusch Johann.	Nebmesserschere, welche die Eigenschaften u. Vortheile eines Garten- und Nebmessers und einer Schere in sich vereinige.	18. März	50—57.
467	Guggenberger Ignaz Mart.	Benützung der Gasflammen zur verstärkten schattenlosen Beleuchtung.	21. März	54—56.
468	Etsche Joseph.	Auf Stoffen, Papier und anderen dazu geeigneten Materialien in haltbaren Farben zu drucken.	21. März	54—56.
469	Neufeldt Gustav.	Aus Metallblechen Metallfäden zu schneiden und hieraus Drähte zu erzeugen.	29. April	52—50.
470	Saas Philipp.	Verfahren, durch welches die Ketten für Web- und Wirkwaren billiger als bisher mit Zeichnungen in beliebiger Größe u. Farbenzahl versehen werden können.	5. Dec.	50—60.
471	Brock Jacob van.	Verbesserung in der Fabrikation der Maschinen-Lederriemen.	23. April	53—57.
472	Neumann Camillo.	Ofen mit möglichst großen Heizflächen bei Vermeidung von todtten Heizflächen.	10. April	54—56.
473	Hurz Jos. u. Daelen Eduard.	Erfindung eines Dampfhammers.	24. April	52—56.
474	Leeb Franz.	Verbesserung an Heiz- und Zimmeröfen, mit Ausnahme der sogenannten Kesselöfen.	24. März	54—56.
Neu verliehene Privilegien.				
475	Billicus Joh., Kaufmann in Prag.	Stiefel- und Schuhsohlen-Holzstiften-Maschine, mittelst Sägen aus jedem beliebigen Holz, Größe und Form ohne vorhergehende Zurichtung Stifte für Stiefel- und Schuhsohlen zu erzeugen.	1. Mai	55—56.
476	Hipp Matthäus, Vorsteher der schweizerischen Telegraphen-Werkstätte in Bern (durch M. Heinrich, Sekretär des n. ö. Gewerbevereins in Wien).	Vereinfachung des elektrischen Telegraphen nach dem Morse'schen Systeme, wodurch Ersparnis des Relais und der Lokalbatterie erzielt, und dieser leicht tragbare Telegraph, insbesondere für militärische Zwecke anwendbar werde.	1. Mai	55—56.
477	Penken Julius, Fabrikant in Türkisch-Rothgarn-Färberei zu Tschinowitz (durch Dr. Friedr. Ludw. Elz, Hof- und Gerichts-Advocat in Wien).	Verfahren zur Kohlenverhärtung, wodurch kleine Kohlenstücke in größere feste Stücke vereinigt werden. (Solidification des charbons.)	1. Mai	55—60.
478	Guillet Johann Jacob, Chemiker in Mailand.	Erzeugung von Leuchtgas aus Terziärgelbten wie: Torf, Braunkohle, Schiefer u. dergl. mittelst eigener Apparate und chemischer Prozesse.	1. Mai	55—56.
479	Newall James, Eisenbahnwaggons-Versertiger zu Bury in England (durch seinen Submandatar Georg Märkl in Wien).	Verbesserungen der Hemmungs-Vorrichtungen oder Bremsen der Eisenbahnwaggons und anderer Fuhrwerke, und mehrere zu verbinden.	4. Mai	55—56.
480	Hartinger Joh., befugter Druckwaaren-Fabrikant in Haling bei Wien.	Maschine, um mit Beseitigung des Handdruckes alle Dessins auf alle Gattungen Stoffe von jeder Länge und Breite zu drucken.	8. Mai	55—56.
481	Hoffmann Jacob, Mechaniker in Wien.	Instrument „Expansator“ genannt, zur sichern Hebung der Sicherheitsventile an Locomotiven und anderen Dampfmaschinen.	12. Mai	55—56.
482	Kamper Carl, Brennerei-Vorsteher zu Engersfeld.	Alle Gattungen Körner, ohne sie erst auf Mühlen zu mahlen oder zu schrotten, in Maische zu verwandeln.	16. Mai	55—56.

Fort- lau- fende Num- mer.	Name und Wohnort des Privilegiumträgers.	Gegenstand des Privilegiums.	Datum der Privile- giums- Urkunde.	Dauer des Privile- giums bis zum glei- chen Tage des Jahres
				1800
483	Eder Alois, bürgerl. Tapezier in Wien.	Vorrichtung an Sopha's, Kanapées oder Ottomanen jeder Art, um sie alsogleich in bequeme Schlafbetten umzuwandeln.	16. Mai	55—56.
484	Fiedler E. S., Fabriksbesitzer zu Brerau.	Mit Anwendung einer eigenthümlichen Maisquettschmaschine und einer neuen chemischen Methode, aus jeder Getreidegattung Stärke zu bereiten.	17. Mai	55—57.
485	Langbein Aug. Fried., Techniker zu Kijany (durch Leop. Lindstedt, Metallgießer in Wien).	Verbesserung der aufrecht stehenden doppelt wirkenden Evacuationspumpen.	17. Mai	55—56.
486	Fischer Carl, Bürger in Teplitz.	Hand- und Wäschmange, mit Hebelbelastung und pendelartiger Bewegung des Rollbrettes.	17. Mai	55—56.
487	Leitgeb Wilh., Schlossergefelle in Wien.	Verbesserung der Bohrer.	22. Mai	55—56.
488	Triebelhorn Joh., Fabriksbes. zu St. Gallen, Pomp. Vollev, Prof. d. Chemie zu Karau, und C. Luster, Privat zu Altstätten (durch J. B. Salzmann Fabrikant zu Dornbirn).	Baumwollgarne und Baumwollstoffe zu bleichen und zum Färben und Drucken vorzubereiten.	19. Mai	55—60.
489	Scheller Rudolph, Chemiker zu Hünfhaus bei Wien.	Steinkohlentheeröl in eine andere Kohlenwasserstoff-Verbindung umzuwandeln, welche eine größere Lösungsfähigkeit für Fette und Harze, als Camphir, besitze.	22. Mai	55—56.
490	Villa Jg., Bildhauer zu Florenz (durch Jos. Bossi in Wien).	Erfindung eines neuen Planisphäriums.	22. Mai	55—56.
491	König Carl in Wien.	Alle Gattungen Stoffe in der Art zu imprägniren, daß dieselben zwar nicht luft-, wohl aber wasserdicht werden.	22. Mai	55—56.
492	Schider Joseph, Walzwerksbesitzer zu Grödig.	Verbesserung in der Drahterzeugung auf kaltem Wege mittelst Walzen durch Wasserkraft.	22. Mai	55—56.
493	Stiebler Franz, Ingenieur in Wien.	Elastische Wagenräder, für alle Arten von Fuhrwerken, auf Eisenbahnen und auf gewöhnlichen Straßen anwendbar.	22. Mai	55—56.
494	Winiwarter G. Ritt. v., Fabriks-Gesellschafter zu Gumpoldsdorf, u. Schmid Heinr., Maschinenfabrikant in Wien.	Eisenbahnwagen jeder Gattung aus Eisenblech in Verbindung mit eisernen Röhren und durchgehender Stoßvorrichtung zu erzeugen.	22. Mai	55—57.
495	Heinrich Alois, Sekretär des n. ö. Gewerbevereins in Wien.	Verbesserung der mechanischen Webestühle.	23. Mai	55—58.
496	Lieber Ernst Ferd. Wilh., Fabriksdirector in Wien.	Verbesserung seiner privil. Cylinder-Preße zum Auspressen des Rübenbries unter der Benennung „Cylinder-Zellen-Preße.“	22. Mai	55—56.
497	Javal Jos., Mechaniker zu Paris (durch M. Heinrich, Sekr. d. n. ö. Gewerbevereins in Wien).	Maschine zur Comprimirung des Leuchtgases und der Luft, welche zur Locomotion auf Eisenbahnen und auf gewöhnlichen Wegen anwendbar sei.	22. Mai	55—56.
498	Ponelli Caj. Ritt. v., Telegraphen-Director in Sardinien (durch J. H. Hemberger, Privat-Geschäftskanzlei in Wien).	Verbesserung der privil. und elektrischen Webestühle, um sie zu vereinfachen und ihre praktische Anwendung zu erleichtern.	23. Mai	55—58.
499	Hubay Georg, Maschinenfabrikant in Wien.	An dem amerikanischen Trettgöppel die Schleifbögen beseitigt und durch tragende Mitnehmer ersetzt, die Rädchen in größerem Durchmesser und in verminderter Zahl angebracht, die Maschinerie endlich stärker gebaut und leicht zu zerlegen.	23. Mai	55—56.
500	Bludowsky Ernst Baron, in Fragsburg.	Erfindung einer gußeisernen Nähmaschine, genannt „Bludowsky'scher Näher.“	23. Mai	55—56.
501	Roth Julius, Apotheker zu Mülhausen durch Georg Märkl in Wien).	Erfindung eines neuen Verfahrens, die Pressions-Cylinder oder Walzen in den Spinnereien herzurichten.	24. Mai	55—56.
502	Lieber Ch. S., Chemiker in Altkettenhof.	Erzeugung von Typen und anderen Druckformen, aus einer harten Legirung ohne Zusatz von Kupfer, die vollkommen homogen und leichtflüssiger sei als das gewöhnliche Typen-Metall, leicht in Formen zu gießen und für die sogenannten „moules-mecaniques“ viel vortheilhafter anwendbar sei.	26. Mai	55—56.
503	Kreuzberg Carl Jos., Dr. der Philosophie und Chemiker in Prag.	Neue rothe Glasmasse mit hohem Grad von Festigkeit und zu allen Arten von Glaswaaren verwendbar.	26. Mai	55—56.
504	Baget Fried., und Hockensky Jos., Privilegiumsbesitzer, dann Teller Emil, Mechaniker, sämtliche in Wien.	Galvano-elektrischer Multiplikations-Apparat, an welchem Apparat und Element durch Anwendung eines, die Spirale umgebenden metallenen Gehäuses zu einem Ganzen geformt sei.	26. Mai	55—56.
505	Lurora Jos., Herausgeber der öst. Correspondenz in Wien.	Wohlfeile und verlässlich zündbare Phosphorzündmasse für Zündhölzchen, Schwämme, Fidibus u.	26. Mai	55—56.
506	Derielbe.	Stiefelwische aus neuen, Glanz und Schwärze gebenden Ingredienzien von fester Qualität zu erzeugen.	26. Mai	55—56.

Verantwortlicher Redakteur: **Eduard Schmidl.** — In Commission der **Carl Gerold'schen** Buchhandlung, innere Stadt Nr. 625.

Druck von Carl Gerold's Sohn

Num. Ein Bücherverzeichnis der Verlagsbuchhandlungen **Komberg's** in Leipzig und **C. Gerold's** in Wien liegt bei.

Fig. 2.

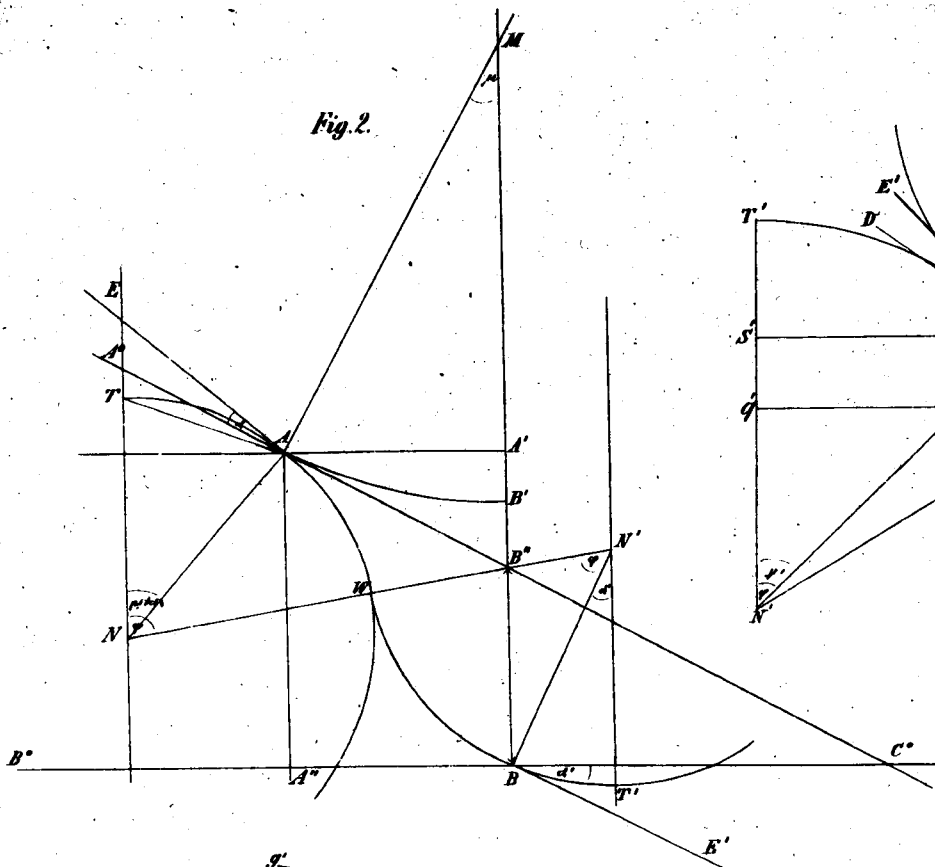


Fig. 1.

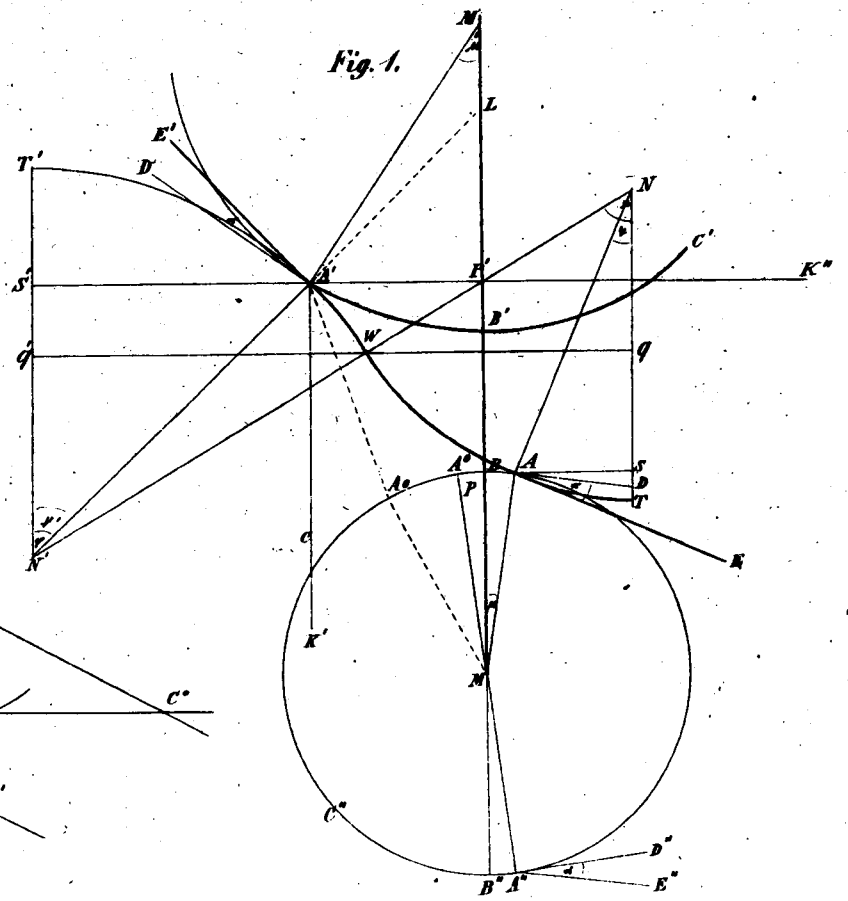


Fig. 3.

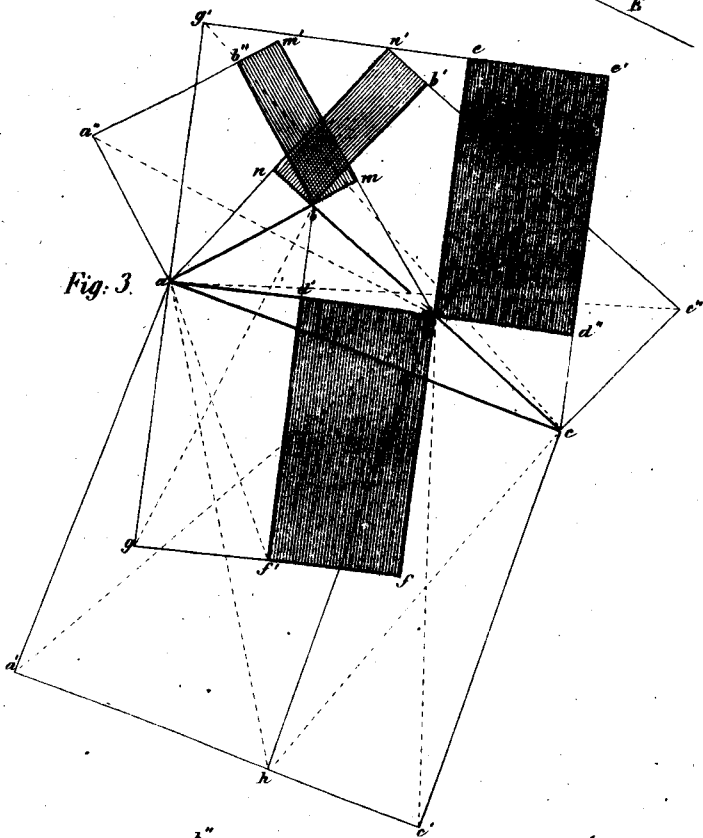


Fig. 4.

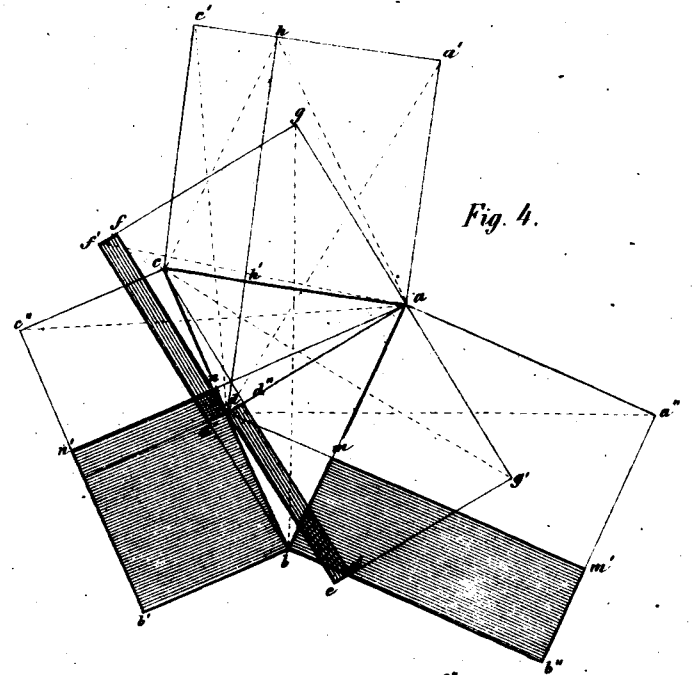


Fig. 5.

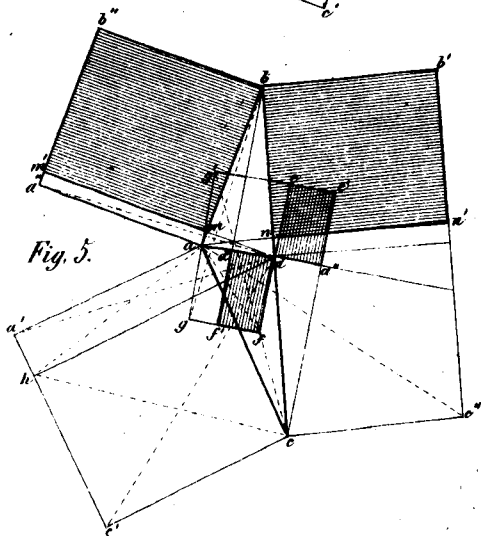


Fig. 6.

